

ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. V. H. WIEDERMAN, P. BRUECK.

VIERTE FOLGE.

Band 47. Heft 2.

DIE GANZEN REIHE 562. BANDEN 2. HEFT.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, W. VOIGT, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.



LEIPZIG, 1915.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

DÖRRICHSTRASSE 18.

*Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den
Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den
in 24 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 54 M.*

(Ausgegeben am 1. Juni 1915.)

Inhalt.

	Seite
1. Walter Grottrian. Der Gleichstrom-Lichtbogen großer Bogenlänge	141
2. K. R. Koch u. C. Dannecker. Die Elastizität einiger Metalle und Legierungen bis zu Temperaturen, die ihrem Schmelzpunkt nahe liegen	197
3. Edgar Meyer u. Walther Gerlach. Über die Abhängigkeit der photoelektrischen Verzögerungszeit vom Gasdruck bei Metallteilen ultramikroskopischer Größenordnung	227
4. W. Voigt. Zur Theorie des Zeemaneffektes in gegen die Kraftlinien geneigten Richtungen	245
5. R. Gans. Über die Form ultramikroskopischer Silbertheilchen	270

Die Redaktion der Annalen wird von den unseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: Würzburg, Pleicherring 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte druckfertig einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 Sondersabdrücke jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sondersabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

R. Burger & Co., Berlin N. 4,

Chausseestrasse 8.

Spezial-Fabrik für Vakuumröhren.



D. R.-Patent

**Goldene Medaille
1894 St. Louis**

**Chronoleon
1894 Holland**

**Silberne Medaille
1897 Kon**

*Illustrirter
Katalog
gratis und
franko.*

Central-Röntgenröhre für Starkströme mit intensiver Ausseekühlung.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 47.

1. *Der Gleichstrom-Lichtbogen großer Bogenlänge*¹⁾; von *Walter Grotrian*.

(Mitteilung aus dem Institut für angewandte Elektrizität an der
Universität Göttingen.)

Einleitung.

Der Herstellung langer Lichtbögen standen bisher experimentelle Schwierigkeiten im Wege. Zunächst ist natürlich erforderlich, daß die nötige elektrische Energie, vor allem die nötige Spannung zur Verfügung steht. Wenn man aber in der gewohnten Weise einen Hochspannungslichtbogen dadurch herstellt, daß man die Elektroden nach Berührung weit auseinanderzieht, so entsteht ein Lichtbogen, der derartig empfindlich gegen kleine Luftschwankungen ist, daß er bei etwas größerer Länge (etwa 5 cm) dauernd stark hin und her schwankt und häufig erlischt, so daß an Messungen gar nicht zu denken ist. Nun ist aber im Jahre 1909 von Schönherr²⁾ ein sehr originelles und einfaches Verfahren ersonnen worden, um lange Lichtbögen zu stabilisieren. Er läßt die Lichtbögen in einem zylindrischen Rohr brennen und erzeugt in diesem Rohr einen aufsteigenden Luftwirbel, in dessen Wirbellinie, die mit der Achse des Rohres zusammenfällt, der Lichtbogen ruhig und vollkommen stabil brennt. Dies Verfahren, das im großen zur Stickstoffbindung angewendet wird, gestattet Lichtbögen bis zu 8 m Länge dauernd zu betreiben. Ausführliche Mitteilungen hierüber siehe bei Zenneck.³⁾

Zu Versuchszwecken wurden von Schönherr Anordnungen getroffen, bei denen ca. 1 m lange Wechselstromlichtbögen erzeugt wurden. Daß bei diesen langen Lichtbögen die anfangs gestellte Forderung eines ruhigen Betriebes mit reinen

1) Auszug aus der Göttinger Inauguraldissertation.

2) P. Schönherr, Elektrotechn. Ztschr. p. 365. 1909.

3) J. Zenneck, Vortrag in Königsberg 1910. Erschienen bei S. Hirzel, Leipzig 1911.

Versuchsbedingungen sich realisieren ließ, war von vornherein nicht vorauszusehen, doch liefern die im folgenden beschriebenen Versuche wohl den Beweis dafür.

Versuchsanordnung.

Zur Erzeugung dieser langen Lichtbögen bei Gleichstrom waren die Verhältnisse im hiesigen Institut besonders günstig, durch das Vorhandensein einer Hochspannungsgleichstrommaschine¹⁾, die bei 5000 Volt maximal 3 Amp. liefert.

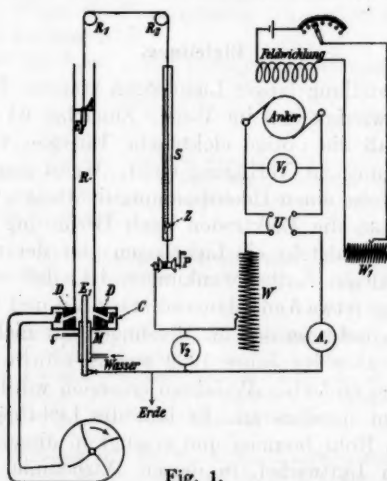


Fig. 1.

Die Versuchsanordnung bestand im wesentlichen in einer Nachbildung der von Schönherr²⁾ und Zenneck³⁾ beschriebenen Demonstrationsapparate für lange Lichtbögen, wobei aber besonderer Wert gelegt wurde auf die Möglichkeit, die Länge der Lichtbögen zu variieren, während andererseits eine Vorrichtung zum Auffangen der Abgase unnötig erschien.

Fig. 1 zeigt die Anordnung. Der Lichtbogen brennt in einem Glasrohr *R* von 4–5 cm Durchmesser und ca. 80 cm Länge, das entweder aus gewöhnlichem Glase besteht oder

1) Beschafft aus Mitteln, welche die Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie gewährte.

2) P. Schönherr, Elektrotechn. Ztschr. p. 365. 1909.

3) J. Zenneck, l. c.

aus mehreren Lampenzylindern mit Hilfe verbindender Asbest-
ringe zusammengesetzt ist. Für besondere Zwecke (Dauer-
betrieb bei großer Stromstärke) wurde ein Eisenrohr ver-
wandt.

Am unteren Ende des Rohres sitzt die Elektrode E_1 , um-
geben von einem wasserdurch-
strömten Kühlmantel M in dem
zylindrischen Kasten C , der die
Vorrichtung zur Erzeugung des
Wirbels enthält und in Fig. 2 im
Querschnitt dargestellt ist. In
den äußeren ringförmigen Hohl-
raum H des Kastens C wird der
von einem elektrisch angetriebe-
nen Ventilator erzeugte Luftstrom
tangential eingeblasen und rotiert
hier. Im Innern sitzt ein Kork-
ring K , der vier innen tangential einmündende, ein wenig
nach oben geneigte Durchbohrungen D hat, durch die die Luft
ausströmt und in dem Rohr einen aufsteigenden Wirbel bildet.

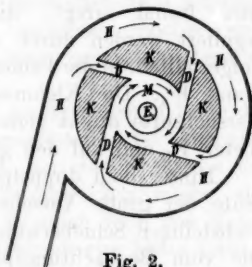


Fig. 2.

Die Benutzung des durchbohrten Korkringes zur Erzeugung
des Wirbels hat den Vorteil einfachster Herstellungsweise.
Bei den Versuchen mit anderen Gasen als Luft erwies sich
aber die Abdichtung als unzureichend und es wurde dann statt
des Korkringes ein System von Messingröhren verwandt.

Die obere Elektrode E_2 hing an einem Litzendraht aus
Kupfer, der über zwei Rollen $R_1 R_2$ zu einer kleinen Haspel
 P führte, mit Hilfe deren die Elektrode beliebig in dem Rohr
auf und ab gezogen werden konnte, wobei ein Asbestring A
für zentrische Führung der Elektrode im Rohr sorgte.

Der Litzendraht diente zugleich zur Stromzuführung. Er
trug einen kleinen Zeiger Z , der an einer Millimeterskala S
vorbeigleit, an der der Abstand der Elektroden $E_1 E_2$, d. h. die
Länge des Lichtbogens abgelesen werden konnte. Mit dieser
Versuchsanordnung konnte die Länge des Lichtbogens von
0–70 cm bequem variiert werden.

Die Stärke des Luftstroms konnte verändert werden
durch Änderung der Tourenzahl des Antriebsmotors. Als
Maß für die Stärke des Luftstromes diente die Stärke des
Motorstromes.

Das Lichtbogenrohr stand unter einem Abzugkasten, damit die z. T. schädlichen Abgase nicht im Versuchszimmer sich ansammelten.

Die elektrische Anordnung war bei den ersten Versuchen denkbar einfach. Der Strom wurde geliefert von der schon erwähnten Hochspannungsgleichstrommaschine. Die Maschine wird fremd erregt, die Spannung konnte also bequem reguliert werden durch einen neben der Versuchsanordnung aufgestellten, in die Felderregungsleitung eingeschalteten Widerstand W_1 . Die Klemmenspannung der Maschine wurde am Versuchsorte direkt gemessen mit dem Braunschens Elektrometer V_1 und auf den gewünschten Wert einreguliert.

Hinter dem doppelpoligen Schalter U lag auf der einen Seite der große Vorschaltwiderstand W . Er bestand aus 4 sechsteiligen Schieberwiderständen von 2700, 1400, 600, 580 Ω , die vom Beobachtungsplatze aus reguliert werden konnten und einem Hochspannungswiderstand mit 2 Sätzen von 10×1000 und $10 \times 10000 \Omega$. Das andere Ende des Widerstandes war über die Haspel H mit der oberen Elektrode verbunden. Die untere Elektrode war unter Zwischenschaltung des Amperemeters A (gewöhnlich wurde ein Schuckertsches Drehspulinstrument benutzt) mit dem anderen Pol der Maschine verbunden, der geerdet wurde. Das Voltmeter V_2 diente zur Messung der Lichtbogenspannung.

Zündung.

Die Zündung geschah in folgender Weise: Zunächst wurde die Wasserkühlung und der Ventilator angestellt, dann bei genügend weit eingeschaltetem Widerstand W (gewöhnlich 6—7000 Ω) die obere Elektrode mit der unteren zur Berührung gebracht und wieder hochgezogen unter allmählichem Ausschalten des Widerstandes W .

Aussehen des Bogens in Luft.

Der Bogen brennt ganz ruhig und stabil in der Mitte des Wirbels ohne Krümmungen in gerader Linie, wenn der Wirbel gleichmäßig ist, was erst nach einigen Veränderungen an den tangentialen Luftzuführungen erreicht wurde. Er brennt gleich gut, gleichgültig ob Anode oder Kathode sich unten befindet. Das Aussehen von Anode und Kathode hängt natürlich von dem Elektrodenmaterial ab. Verwendet man Metalle, so treten

an den Elektroden wie beim gewöhnlichen Lichtbogen intensive Leuchterscheinungen auf, die das dem Metalle eigene Linienspektrum aufweisen. Man kann nun, je nachdem man die Versuchsbedingungen wählt, verschiedene Formen des Metalllichtbogens erhalten, wie sie von Hagenbach und Veillon¹⁾ beschrieben sind, vor allem dann, wenn die Kathode sich unten befindet. Am häufigsten tritt folgende Form auf, die ich als Normalform bezeichnen möchte, und die bei den später beschriebenen Messungen stets benutzt wurde.

Die Anode befindet sich unten. An dem oberen Ende der Elektrode bildet sich die Anodenansatzstelle, bei kleineren Stromstärken als leuchtender Punkt, der das Spektrum des Metalles ausstrahlt; bei größeren Stromstärken wächst der Punkt mehr und mehr, gewöhnlich schmilzt dann das Metall und es bildet sich an der Spitze der Elektrode eine kleine flüssige Kugel. Die von der Anode ausgehende metallisch leuchtende Aureole pflanzt sich nicht weit nach oben hin fort, sondern geht bald in die positive Säule über. Diese hat folgendes Aussehen: In der Mitte befindet sich scharf abgegrenzt ein bläulich-weiß leuchtendes Band, dessen Durchmesser mit zunehmender Stromstärke wächst. Dieses Band ist von einem dunkleren Ringzylinder umgeben und dieser wieder von einer Aureole, die vor allem am Rande intensiv gelb leuchtet. Der Durchmesser der Aureole wächst etwas mit der Stromstärke, aber nicht stark. Da in dem weißen Bande die Temperatur außerordentlich hoch ist (ein eingeführter Platindraht schmilzt sofort), so ist es als wahrscheinlich zu betrachten, daß dieser Teil des Bogens im wesentlichen den Elektrizitätstransport übernimmt, was sich durch besondere Versuche bestätigen ließ.

Die an der oberen Elektrode ansetzende Kathodenansatzstelle leuchtet heller als die Anode, der Krater setzt punktförmig an, und eine helleuchtende Aureole geht garbenförmig von der Ansatzstelle aus, aber ohne sich weiter als 1–2 cm in den Bogen fortzupflanzen. Außerdem beobachtet man, daß die Kathode sich mit Metalloxyd belegt, das vor allem bei Eisen wegen seiner intensiv braunen Farbe sofort auffällt.

1) A. Hagenbach und H. L. Veillon, *Physikal. Ztschr.* p. 1015. 1911; p. 833. 1910.

Aufnahme der Charakteristiken.

Ich habe die Charakteristiken aufgenommen bei Elektroden aus Eisen (Bessemerstahl), Kohle (Homogenkohle von Siemens & Co.), Kupfer (Elektrolytkupfer) und bei einer Kombination von Kohle und Eisen, wobei die Anode Kohle war. Bei allen Materialien läßt sich der Bogen leicht erzeugen. Bei Eisen und Kupfer treten an den Elektroden die be-

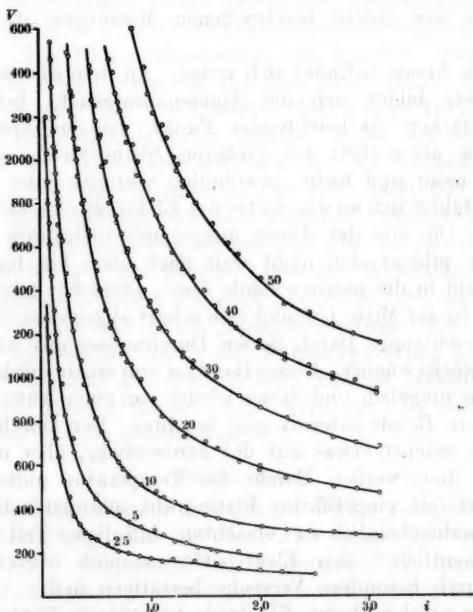


Fig. 3. Luft. Eisenelektroden, Anode unten.

kannten Leuchterscheinungen, die die Metallspektren ausstrahlen, auf; bei Kohle beobachtet man eine intensiv grün leuchtende Aureole.

Die Versuchsreihen gingen so vor sich, daß bei 10, 20, 30, 40 und 50 cm Länge nacheinander die Stromspannungskurven gemessen wurden, und zwar gewöhnlich im Sinne wachsender Stromstärke. Bei ganz kleiner Stromstärke, wenn der Lichtbogen nahe an dem Punkte ist, wo die Spannung noch eben

ausreicht, um den Bogen stabil zu betreiben, war es schwieriger, genaue Ablesungen zu machen, weil die Schwankungen in diesen Gebieten naturgemäß viel stärker sind. Es ist aber gelungen, bei allen Kurven bis nahe an die Grenze zu kommen, die bei der Maschinenspannung von 4600 Volt erreicht werden konnte. Das Resultat dieser Messungen ist aus den Kurvenblättern Fig. 3—6 zu ersehen. Man erhält eine Schar von

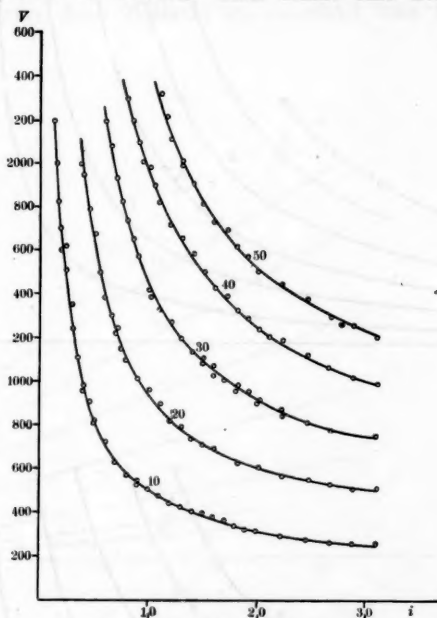


Fig. 4. Luft, Kupferelektroden.

sehr regelmäßig verlaufenden Hyperbeln, deren eine Asymptote die y -Achse und deren andere Asymptote eine Parallele zur x -Achse ist. Frau Ayrton hat die von ihr bei gewöhnlichen Lichtbögen aufgenommenen Charakteristiken durch eine Formel darzustellen versucht von der Form

$$V \cdot i = a + bi = \alpha + \beta l + \gamma \cdot i + \delta \cdot l \cdot i,$$

in der α , β , γ , δ 4 Konstanten sind, die je nach dem Elektrodenmaterial verschieden sind und dem Gas, in dem der Licht-

bogen brennt. Ein Blick auf die von mir gemessenen Kurven läßt vermuten, daß diese Formel auch hier mit Erfolg verwendbar sein wird.

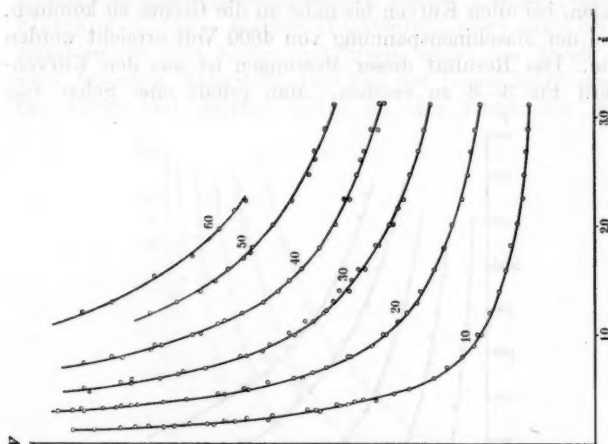


Fig. 5. Luft, Kohleelektroden.

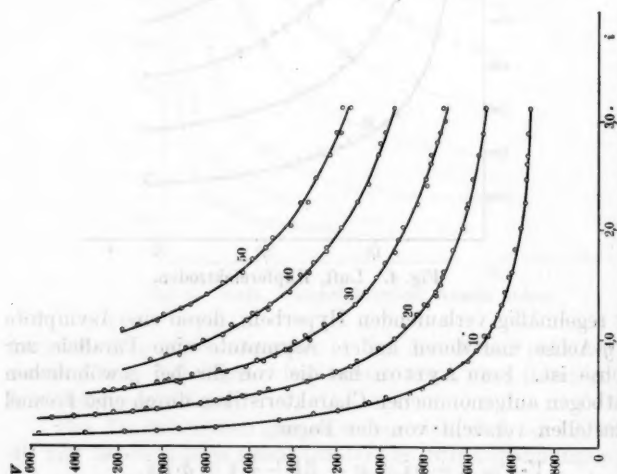


Fig. 6. Luft, Anode unten Kohle, Kathode oben Eisen.

Um die Konstanten bequem zu bestimmen empfiehlt es sich, folgenden Weg einzuschlagen: Man berechnet für die bei

konstanter Länge aufgenommenen Punkte der Charakteristik die Produkte $V \cdot i$ und trägt sie als Funktion der Stromstärke auf; man erhält dann für jede Länge eine Gerade, aus denen man die Konstanten a und b für jede Länge ermitteln kann. Trägt man weiter a und b als Funktion von l auf, so erhält man wieder 2 Gerade, aus denen dann α , β und γ , δ zu entnehmen sind.

Wendet man diese Methode an, so erhält man für $V \cdot i$

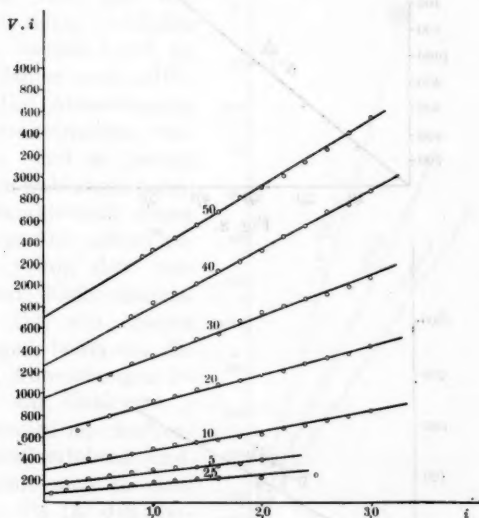


Fig. 7.

Luft, Eisenelektroden.

als Funktion von i in der Tat gerade Linien. Ein Beispiel hierfür gibt Fig. 7. Die hier eingezeichneten Punkte entsprechen nicht den direkten Messungen, sondern Punkten der durch die gemessenen Werte gezogenen Kurven. Abweichungen zeigen sich nur bei ganz kleinen Stromstärken. Das ist aber auch zu erwarten, da ja die Ayrtonsche Formel bei ganz kleinen Stromstärken nicht mehr gelten kann. Ferner ergibt sich, daß die Geraden für $a = \alpha + \beta l$ durch den Nullpunkt des Koordinatensystems gehen, d. h. es ist $\alpha = 0$ bei allen Elektrodenmaterialien.

Fig. 8 zeigt dies für Fe. Die Geraden $b = \gamma + \delta l$ gehen nicht durch den Nullpunkt (siehe Fig. 9). Um das γ noch genauer als durch den Schnittpunkt dieser einen Geraden mit der Ordinatenachse zu bestimmen, habe ich die Spannung am Lichtbogen bei konstanter Stromstärke und variabler Länge ge-

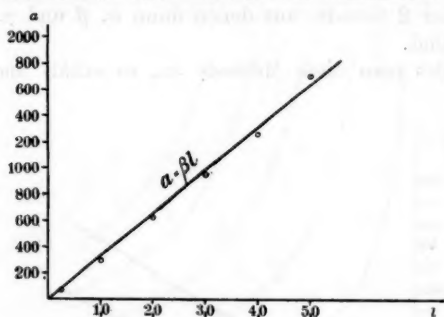


Fig. 8.

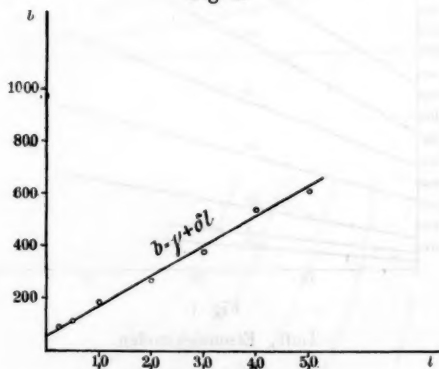


Fig. 9. Luft, Eisenelektroden.

messen. Die Länge wurde dabei in kleinen Intervallen von etwa 2 cm variiert, so daß man eine größere Anzahl von Punkten erhält, die wieder auf einer Geraden liegen müssen. Denn ist i_1 die konstante Stromstärke, so ist

$$V = \left(\frac{\beta}{i_1} + \delta \right) l + \gamma$$

Ich habe bei drei verschiedenen Stromstärken diese Geraden

aufgenommen und das γ bestimmt durch deren gemeinsamen Schnittpunkt mit der Ordinatenachse. Fig. 10 gibt ein Beispiel für Cu-Elektroden. Das Ergebnis der numerischen Durchrechnung war nun folgendes:

Eisen	$V \cdot i = 32,6 \text{ l} + 62 \text{ i} + 11,4 \text{ l} \cdot i$
Kupfer	$V \cdot i = 35,5 \text{ l} + 60 \text{ i} + 12,8 \text{ l} \cdot i$
Homogen-Kohle. .	$V \cdot i = 33,3 \text{ l} + 80 \text{ i} + 12,0 \text{ l} \cdot i$
Kohle-Eisen . . .	$V \cdot i = 32,6 \text{ l} + 100 \text{ i} + 10,7 \text{ l} \cdot i$

Was man aus den Kurven schon schließen konnte, bestätigt sich an diesen Zahlen noch auffälliger: Die Abweichungen der Charakteristiken voneinander sind so gering, daß man wohl sagen kann: Die Charakteristik dieser Lichtbögen ist nahezu unabhängig von dem verwendeten Elektrodenmaterial. Da, wie spätere Messungen beweisen, die kleinen Abweichungen lediglich auf Unterschiede im Kathoden- und Anodenfall zurückzuführen sind, so kommt man zu dem Schluß: Da für den Verlauf der Charakteristik das verwendete Elektrodenmaterial unwesentlich ist, so kann die Leitung nicht von Metallionen übernommen werden.

Die Träger der Elektrizität müssen also entweder Gasionen oder Elektronen sein. Es steht dies Resultat in gewissem Gegensatz zu der bei kurzen Lichtbögen üblichen Auffassung, bei der man annimmt, daß der Metaldampf sich längs des ganzen Lichtbogens an der Leitung beteiligt. Das mag auch wohl bei kurzen Lichtbögen von großer Stromstärke der Fall sein, weil dort eine viel intensivere Verdampfung des Elek-

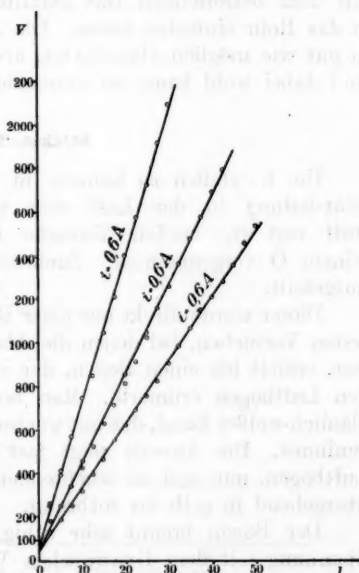


Fig. 10. Luft, Kupferelektroden.
Spannung als Funktion der Länge bei konstanter Stromstärke.

trodenmaterials stattfindet als bei den hier vorliegenden langen Hochspannungsbögen.

Nach den Ergebnissen der eben mitgeteilten Messungen lag es nahe, die Charakteristiken des Lichtbogens für andere Gase als für Luft aufzunehmen.

Um reine Verhältnisse zu bekommen, muß man versuchen die Luft durch ein anderes Gas zu ersetzen. Ich habe daher einfach, statt den Ventilator zu benutzen, aus einer mit dem betreffenden Gas gefüllten Bombe einen Gasstrom in das Rohr eintreten lassen. Die Zuleitungen habe ich dabei so gut wie möglich abgedichtet, aber kleine Verunreinigungen sind dabei wohl kaum zu vermeiden gewesen.

Stickstoff.

Um feststellen zu können, in welcher Weise die Elektrizitätsleitung in der Luft sich auf Sauerstoff und Stickstoff verteilt, wurden Versuche in reinem Stickstoff und reinem O vorgenommen. Zunächst sei das Resultat bei N mitgeteilt.

Dieser wurde direkt aus einer Bombe entnommen. Bei den ersten Versuchen, bei denen die Abdichtung nicht vollkommen war, erhielt ich einen Bogen, der in seinem Aussehen sehr an den Luftbogen erinnerte. Man beobachtet in der Mitte ein bläulich-weißes Band, das mit wachsender Stromstärke an Breite zunimmt. Die Aureole zeigt fast dieselben Farben wie der Luftbogen, nur sind sie leuchtender, von blau nach außen hin übergehend in gelb bis rotbraun.

Der Bogen brennt sehr ruhig, so daß die Messung der Spannung mit dem Braunschen Voltmeter möglich ist.

Die Aufnahme der Charakteristik ergibt das in Fig. 11 dargestellte Resultat, daß die Kurven mit großer Genauigkeit zusammenfallen mit denen für Luft. Ich habe die Charakteristiken bei 10, 20 und 30 cm Länge aufgenommen, sie decken sich innerhalb der Grenzen der Versuchsfehler vollständig mit denen in Luft. Es ist zu vermuten, daß dies dem Luftbogen ähnliche Aussehen auf vorhandene Beimengungen von Sauerstoff aus der umgebenden Luft zurückzuführen ist. Da aber sicher der Prozentsatz des in diesem Gemisch vorhandenen Sauerstoffs ein sehr viel geringerer ist als in Luft, so beweist dies, daß die Leitfähigkeit nahezu unabhängig von der vor-

handenen Sauerstoffmenge ist, so lange diese nicht gewisse Grenzen überschreitet.

Bei sorgfältiger Abdichtung tritt eine Form auf, die man dem reinen Stickstoff zuschreiben muß. Sie erinnert in ihrem Aussehen in keiner Weise mehr an den Luftbogen und besteht wesentlich aus einem sehr intensiv rötlich violett leuchtenden

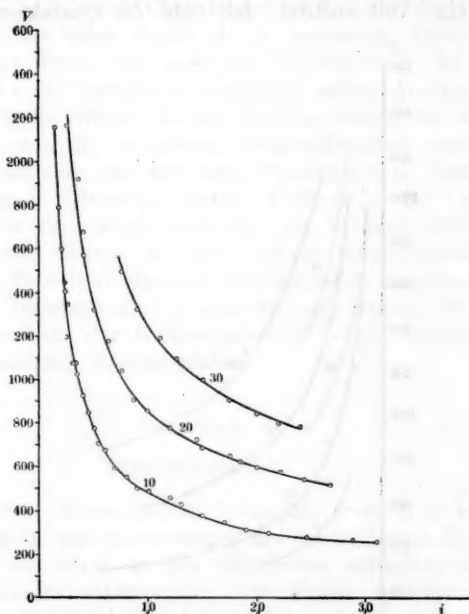


Fig. 11. Stickstoff I, Eisenelektroden.

Bande, dessen Breite mit zunehmender Stromstärke wächst. Bei kräftiger Gaszufuhr ist von einer Aureole nichts zu bemerken, bei schwachem Gasstrom bemerkt man eine grünlich leuchtende Hülle. An den Elektroden, für die Cu benutzt wurde, konnten verschiedene Zustände beobachtet werden, ähnlich denen, die Hagenbach und Veillon im partiellen Vakuum gefunden haben (vgl. auch E. Benderet, Baseler Diss.). Der normale Zustand war die von Hagenbach und Veillon mit 3 bezeichnete Form, bei der an Anode und Kathode das Elektrodenlicht auftritt, das aber hier nur ein kurzes Stück

in den Bogen hineinreicht. Außerdem habe ich besonders bei kleinen Stromstärken Form 2 beobachten können, bei der an der Anode kein Metalllicht, sondern Stickstofflicht auftritt, während die Kathode unverändert bleibt. Die Charakteristiken dieser beiden Formen sind praktisch dieselben, da, wie Benderet¹⁾ gezeigt hat, lediglich eine Änderung des Anodenfalles um einige Volt auftritt. Ich habe die Charakteristiken auf-

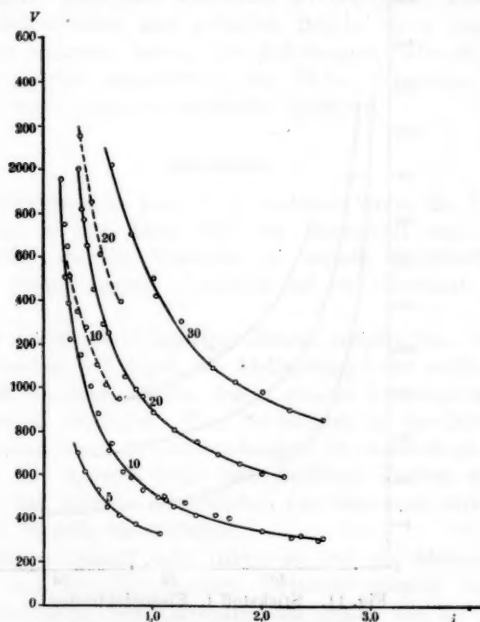


Fig. 12. Stickstoff II, Kupferelektroden.

genommen für 10, 20 und 31 cm (der Abstand der Elektroden war nur 30 cm, doch bog der Lichtbogen an der oberen Elektrode zur Seite, so daß er praktisch ca. 1 cm länger war als der Elektrodenabstand). Die Kurven fallen innerhalb der Meßfehler wieder zusammen mit den Kurven des Cu-Bogens in Luft, so daß man also zu dem Schlusse gedrängt wird, daß trotz des vollkommen verschiedenen Aussehens der Bögen in

1) E. Benderet, l. c., p. 28.

Luft und Stickstoff mit O Verunreinigungen lediglich der Stickstoff die Leitung übernimmt, da es doch zu unwahrscheinlich ist anzunehmen, daß das Gemisch aus O und N dieselbe Leitfähigkeit hat wie reines N, wenn beide sich an der Leitung beteiligen.

In den Kurven Fig. 12 sind bei 10 und 20 cm bei kleinen Stromstärken noch zwei Charakteristiken eingezeichnet, die ca. 200—250 Volt höher liegen als die normalen. Diese entsprechen einer Form mit anderem Kathodenfall. Es verschwindet hier die metallisch leuchtende spitze Ansatzstelle, und an ihre Stelle tritt ein breiter bläulich leuchtender Fleck, dessen Spektrum die negativen Stickstoffbanden aufweist. Man hat es also hier mit dem vom Glimmstrom in Vakuumröhren bekannten Übergang von der Kathode in das Gas zu tun und würde auch wohl, wenn sich der Vorgang nicht auf eine ganz kurze Strecke an der Kathode zusammenschöbe, die einzelnen Teile, vor allem die Dunkelräume unterscheiden können. Die Verschiebung der Charakteristik um ca. 250 Volt entspricht durchaus der Größenänderung des bei Glimmentladung beobachteten Kathodenfalles.

Sauerstoff.

Experimentelles.

In derselben Weise wie bei N wurden auch in O Lichtbögen hergestellt, nur waren wegen der enorm hohen Temperaturen, die vor allem an den Elektroden auftreten, einige Vorsichtsmaßregeln erforderlich. Zur Erzeugung des Gaswirbels wurde das aus Messing hergestellte Rohrsystem benutzt, das völlige Abdichtung gegen die äußere Luft gewährleistete. Als untere Elektrode wurde eine kleine Platinkugel auf einer Eisenelektrode liegend verwendet, weil sich herausstellte, daß die Verbrennung das Fe an der unteren Elektrode leicht Verunreinigungen in den Bogen brachte. Die obere Elektrode war ein dicker Eisenbolzen von ca. 3 cm Durchmesser, dessen große Wärmekapazität ein sofortiges Schmelzen der Elektrode verhinderte. Das äußere Rohr war aus mehreren Lampenzylindern zusammengesetzt. Trotzdem war ein Dauerbetrieb bei Stromstärken über 2 Amp. nicht möglich, da nach einigen Minuten das Glas weich wurde und schmolz. Es mußte deshalb in diesem

Bereich die Charakteristik so aufgenommen werden, daß für jede Messung der Bogen gezündet und gleich wieder gelöscht wurde.

Aussehen.

Der Lichtbogen in O hat eine rein blaue Farbe. Dem Aussehen nach unterscheidet er sich vor allem dadurch von den Lichtbögen in Luft, Stickstoff und CO_2 , daß bei Stromstärken $< 1,5\text{--}2$ Amp. in der Mitte kein heller leuchtendes Band auftritt, sondern das blaue Licht gleichmäßig, an Intensität nach außen hin abnehmend, in einem Querschnitt auftritt, der der Breite der Aueole in Luft und CO_2 entsprechen würde. Ein solches Band erscheint erst bei Stromstärken $> 1,5$ Amp. und zwar nicht plötzlich, wie z. B. bei Wasserdampf (vgl. p. 163), sondern es kommt allmählich heraus. Gleichzeitig mit dem Erscheinen des Bandes biegt die Charakteristik von ihrem bisherigen Verlauf nach unten ab, und die spektrale Untersuchung (Auftreten des O-Linienspektrums) macht es wahrscheinlich, daß in diesem Augenblick das O-Molekül in das O-Atom zerfällt.

Messungen.

Ich habe die Charakteristiken aufgenommen bei 2,5, 5, 7,5 und 10 cm. Das Resultat zeigt Fig. 13. Der Verlauf ist wieder hyperbelartig, die Kurven für gleiche Länge liegen aber erheblich höher als in Luft und N. Versucht man sie durch die Ayrtonsche Gleichung darzustellen, so ergibt sich, daß die Leistung nicht linear mit der Stromstärke zunimmt, sondern Kurven liefert wie Fig. 14. Es ist ausgeschlossen, dies Resultat auf Meßfehler zurückzuführen. Vor allem habe ich die Charakteristik bei 5 cm Länge wiederholt aufgenommen und stets Übereinstimmung gefunden.

Der Verlauf ist also der, daß bei wachsender Stromstärke die Leistung zunächst zunimmt und dann nahezu konstant wird, und zwar bei um so größeren Stromstärken, je länger der Bogen ist.

In Fig. 13 verzweigen sich die Kurven für 10, 7,5 und 5 cm bei 1,2—1,5 Amp. Der obere Zweig entspricht stets der beschriebenen Form ohne scharf begrenztes Band. Diese Form bleibt mitunter auch bei größeren Stromstärken bestehen, während gewöhnlich das Band auftritt und damit die Charakteristik in den unteren Zweig übergeht. Bei

2,5 cm habe ich keine Ausbiegung der Charakteristik bemerken können. Für diesen unteren Zweig die Leistungskurven zu

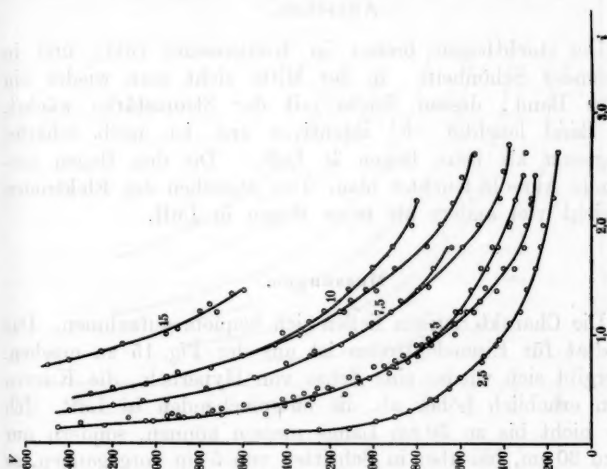


Fig. 13. Sauerstoff.

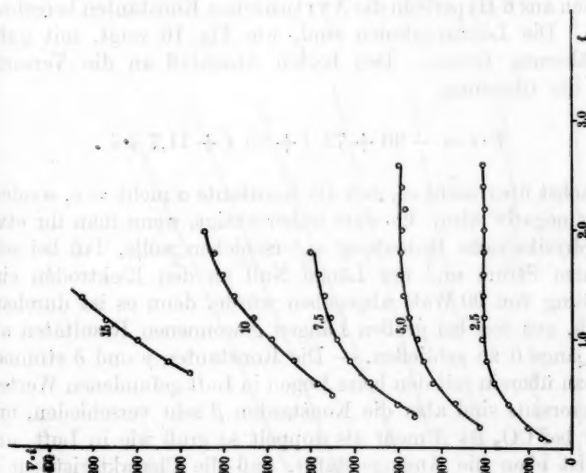


Fig. 14. Sauerstoff.

zeichnen erwies sich als zwecklos, da anscheinend infolge der Ungenauigkeit der Messung sich kein stetiger Verlauf ergab.

Kohlensäure.**Aussehen.**

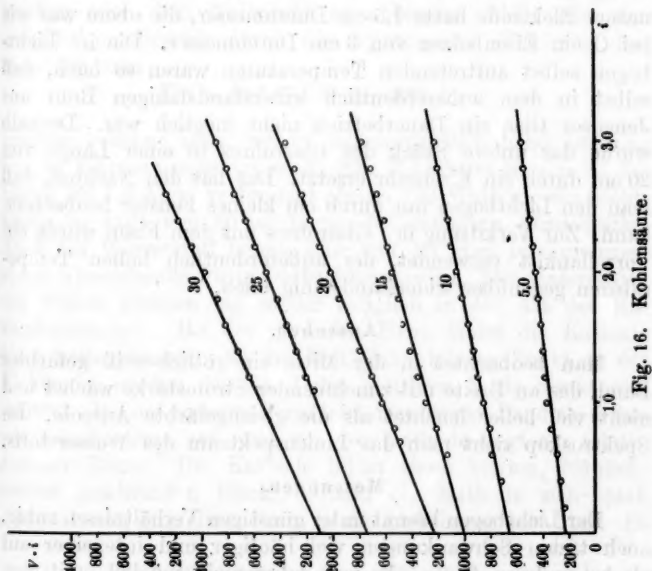
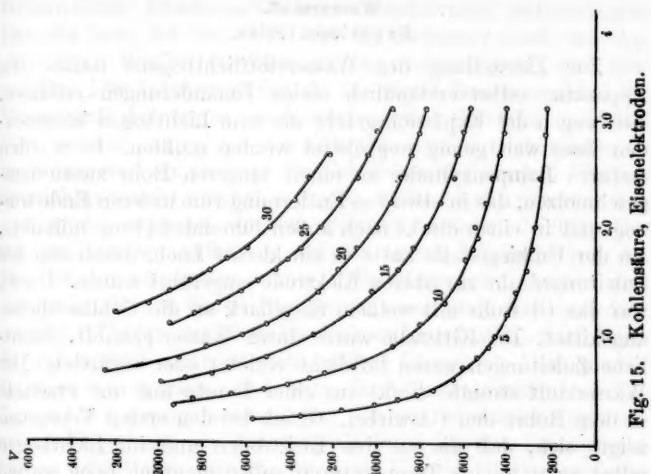
Der Lichtbogen brennt in Kohlensäure ruhig und in blendender Schönheit. In der Mitte sieht man wieder ein weißes Band, dessen Breite mit der Stromstärke wächst. Das Band leuchtet viel intensiver und ist noch schärfer abgegrenzt als beim Bogen in Luft. Die den Bogen umgebende Aureole leuchtet blau. Das Aussehen der Elektroden ist nicht viel anders als beim Bogen in Luft.

Messungen.

Die Charakteristiken ließen sich bequem aufnehmen. Das Resultat für Eisenelektroden ist aus der Fig. 15 zu sehen. Es ergibt sich wieder eine Schar von Hyperbeln, die Kurven liegen erheblich höher als die entsprechenden in Luft. Ich habe nicht bis zu 50 cm Länge messen können, sondern nur bis zu 30 cm, bin aber in Schritten von 5 cm vorgegangen, so daß ich aus 6 Hyperbeln die Ayrton'schen Konstanten berechnet habe. Die Leistungslinien sind, wie Fig. 16 zeigt, mit guter Annäherung Gerade. Den besten Anschluß an die Versuche gibt die Gleichung

$$V \cdot i = -90 + 73 l + 80 i + 11,7 l \cdot i.$$

Zunächst überrascht es, daß die Konstante α nicht $= 0$, sondern sogar negativ wird. Es wäre unberechtigt, wenn man ihr etwa die physikalische Bedeutung unterschreiben wolle, daß bei sehr kleinem Strom und der Länge Null an den Elektroden eine Leistung von 90 Watt abgegeben würde, denn es ist durchaus falsch, aus den bei großen Längen gewonnenen Resultaten auf die Länge 0 zu schließen. — Die Konstanten γ und δ stimmen nahezu überein mit den beim Bogen in Luft gefundenen Werten. Andererseits sind aber die Konstanten β sehr verschieden, und zwar bei CO_2 ist β mehr als doppelt so groß wie in Luft, und das ist eben die Aussage dafür, daß die Charakteristiken in CO_2 erheblich höher liegen als in Luft, so daß die Charakteristik für 10 cm in Luft fast zusammenfällt mit der für 5 cm in CO_2 .



Wasserstoff.**Experimentelles.**

Zur Herstellung des Wasserstofflichtbogens mußte die Apparatur selbstverständlich einige Umänderungen erfahren, weil wegen der Explosionsgefahr die vom Lichtbogen kommenden Gase weit genug weggeleitet werden mußten. Es wurden mehrere Lampenzylinder zu einem längeren Rohr zusammengeschmolzen, das in etwa 1 m Entfernung vom unteren Ende umbog und in einen direkt nach außen führenden Abzug mündete. An der Umbiegestelle hatte es ein kleines Loch, durch das der Zuleitungsdraht zur oberen Elektrode eingeführt wurde. Unten war das Glasrohr mit weißem Siegellack an die Gebläsebüchse angekittet. Die Kittstelle wurde durch Wasser gekühlt. Sämtliche Zuleitungen waren luftdicht verlötet oder verkittet. Der Wasserstoff strömte direkt aus einer Bombe aus und erzeugte in dem Rohre den Gaswirbel. Gleich bei den ersten Versuchen zeigte sich, daß die an den Elektroden und im Lichtbogen selbst auftretenden Temperaturen außerordentlich hohe waren. Infolgedessen habe ich sehr dicke Elektroden verwendet; die untere Elektrode hatte 1,5 cm Durchmesser, die obere war wie bei O ein Eisenbolzen von 3 cm Durchmesser. Die im Lichtbogen selbst auftretenden Temperaturen waren so hoch, daß selbst in dem außerordentlich widerstandsfähigen Rohr aus Jenenser Glas ein Dauerbetrieb nicht möglich war. Deshalb wurde das untere Stück des Glasrohres in einer Länge von 20 cm durch ein Eisenrohr ersetzt. Das hat den Nachteil, daß man den Lichtbogen nur durch ein kleines Fenster beobachten kann. Zur Verkittung des Glasrohres mit dem Eisen wurde ein Porzellankitt verwendet, der außerordentlich hohen Temperaturen gegenüber widerstandsfähig blieb.

Aussehen.

Man beobachtet in der Mitte ein rötlich-weiß gefärbtes Band, das an Breite mit zunehmender Stromstärke wächst und nicht viel heller leuchtet als die gleichgefärbte Aureole. Im Spektroskop sieht man das Linienspektrum des Wasserstoffs.

Messungen.

Der Lichtbogen brennt unter günstigen Verhältnissen ruhig, doch treten Schwankungen viel häufiger und intensiver auf als bei anderen Gasen. Es war daher nicht möglich, mit dem

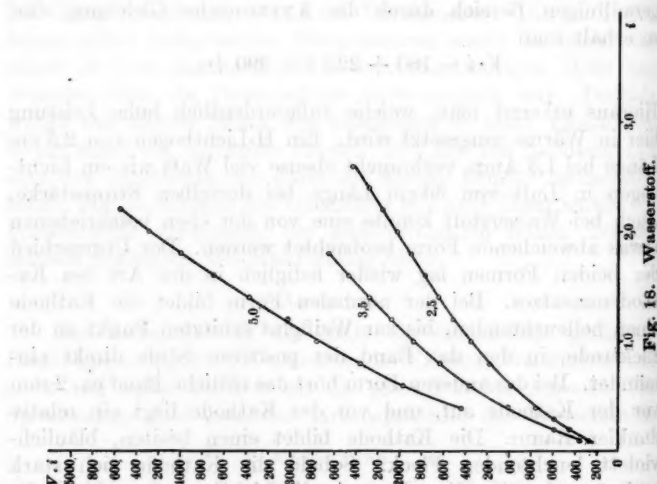
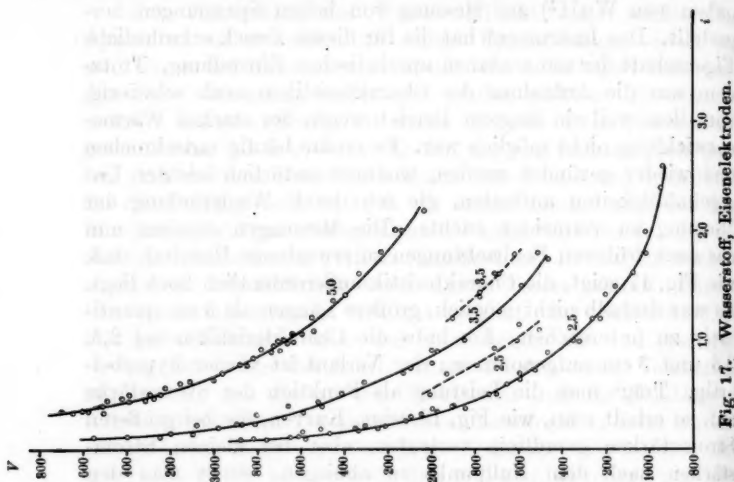
Braunschen Elektrometer die Charakteristik aufzunehmen. Deshalb habe ich das Wulfsche Elektrometer nach den Angaben von Wulf¹⁾ zur Messung von hohen Spannungen hergestellt. Das Instrument hat die für diesen Zweck erforderliche Eigenschaft der momentanen aperiodischen Einstellung. Trotzdem war die Aufnahme der Charakteristiken noch schwierig, vor allem weil ein längerer Betrieb wegen der starken Wärmenentwicklung nicht möglich war. Es mußte häufig unterbrochen und wieder gezündet werden, wodurch natürlich leichter Unregelmäßigkeiten auftraten, die ich durch Wiederholung der Messung zu vermeiden suchte. Die Messungen ergaben nun das nach früheren Beobachtungen zu erwartende Resultat, daß, wie Fig. 17 zeigt, die Charakteristik außerordentlich hoch liegt. Es war deshalb nicht möglich, größere Längen als 5 cm quantitativ zu untersuchen. Ich habe die Charakteristiken bei 2,5, 3,5 und 5 cm aufgenommen; der Verlauf ist wieder hyperbelartig. Trägt man die Leistung als Funktion der Stromstärke auf, so erhält man, wie Fig. 18 zeigt, Kurven, die bei größeren Stromstärken geradlinig verlaufen, aber bei kleinen Stromstärken nach dem Nullpunkt zu abbiegen. Stellt man den geradlinigen Bereich durch die Ayrtonsche Gleichung dar, so erhält man

$$V \cdot i = 180 + 222 \, l + 290 \, l \cdot i \quad .$$

Hieraus erkennt man, welche außerordentlich hohe Leistung hier in Wärme umgesetzt wird. Ein H-Lichtbogen von 2,5 cm Länge bei 1,5 Amp. verbraucht ebenso viel Watt wie ein Lichtbogen in Luft von 30 cm Länge bei derselben Stromstärke. Auch bei Wasserstoff konnte eine von der eben beschriebenen etwas abweichende Form beobachtet werden. Der Unterschied der beiden Formen lag wieder lediglich in der Art des Kathodenansatzes. Bei der normalen Form bildet die Kathode einen helleuchtenden, bis zur Weißglut erhitzten Punkt an der Elektrode, in den das Band der positiven Säule direkt einmündet. Bei der anderen Form hört das rötliche Band ca. 2 mm vor der Kathode auf, und vor der Kathode liegt ein relativ dunkler Raum. Die Kathode bildet einen breiten, bläulich-violett leuchtenden Fleck. Sobald die Kathode sich stark erhitzt hatte, ging diese Form in die Lichtbogenform über. Es

1) Th. Wulf, Phys. Zeitschr. 11. p. 1090. 1910.

gelang einige Punkte der Charakteristik der 2. Form aufzunehmen. Es ergab sich, daß die Charakteristik um ca. 200 Volt



höher lag, als die ursprüngliche, ein Unterschied, der wieder der Größe des Kathodenfalles im Glimmlichtbogen entspricht.

Wasserdampf.

Experimentelles.

Zur Untersuchung der Lichtbögen in Wasserdampf waren wieder einige experimentelle Umänderungen erforderlich. Der Wasserdampf wurde erzeugt in einem Kupferkessel (16 cm Durchmesser, 18 cm hoch) mit intensiver Heizung durch Gas. Die Austrittsöffnung hatte nur 5 mm Durchmesser, so daß der Dampf in einem kräftigen Strahl in das zur Erzeugung des Wirbels dienende Rohrsystem eintrat. Dieses war ganz aus Messing hergestellt mit Abflußvorrichtung für das Wasser.

Aussehen des Lichtbogens.

Der Wasserdampfbogen zeigt insofern ein von anderen Bögen vollkommen abweichendes Verhalten, als hier drei, schon durch ihr Aussehen scharf unterschiedene Formen auftreten. Bei größerer Stromstärke zwischen 1 und 3 Amp. ist in der Mitte ein scharf begrenztes helleuchtendes Band zu sehen, dessen Breite aber wesentlich geringer ist als z. B. bei CO_2 für die gleiche Stromstärke. In diesem Bande ist der H_2O -Dampf sicherlich dissoziiert, denn in ihm, und nur in ihm, treten die Serienlinien des H und O auf. Das Band ist umgeben von einer bläulich leuchtenden Aureole (Form I); verringert man die Stromstärke allmählich, so kommt man an einen Punkt, wo das helle Band in der Mitte plötzlich verschwindet, die blaue Aureole erfüllt jetzt den ganzen Querschnitt (Form II). Bei noch weiter abnehmender Stromstärke kommt man schließlich an einen Punkt, wo die Lichtintensität der blau leuchtenden positiven Säule plötzlich ganz schwach wird, so daß sie kaum noch zu sehen ist. Gleichzeitig wird der Bogen sehr unruhig und zischt. An der Kathode ist noch ein helleuchtender Punkt zu sehen, an der Anode nur eine Stelle mit schwacher Rotglut (Form III). Die 3 Formen sind ganz scharf voneinander unterscheidbar und treten bei allen Längen auf.

Messungen.

Die Untersuchung der elektrischen Eigenschaften gab ein dementsprechendes Resultat. Zunächst zeigte sich, daß die Charakteristik außerordentlich hoch lag. Störend für die Messungen war die Eigenschaft des Bogens, ohne ersichtlichen Grund mit einem Knall plötzlich zu erlöschen. Da außerdem

ufzu-
Volt

Fig. 17. Wasserstoff, Eisenelektroden.

Fig. 18. Wasserstoff.

wieder
bricht.

Schwankungen der Spannung häufig auftraten, war an die Benutzung des Braunschen Elektrometers nicht zu denken. Ich habe, wie bei H, das Wulfsche Elektrometer verwendet. Die quantitative Untersuchung ergab das Resultat, daß jeder der 3 Formen eine besondere Charakteristik zukommt, wie Fig. 19 zeigt. Bei Form I steigt mit abnehmender Stromstärke die Spannung ähnlich wie in anderen Gasen, dann kommt der

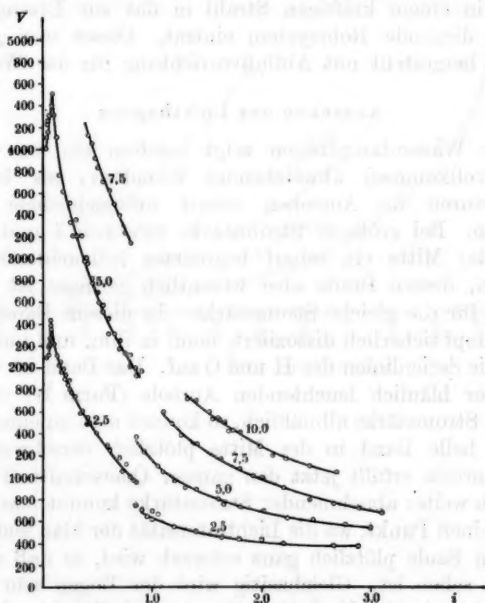


Fig. 19. Wasserdampf, Eisenelektroden.

Punkt, wo Form II auftritt. In dem Augenblick, wo das helle Band verschwindet, springt die Spannung auf einen hohen Wert und die Stromstärke sinkt erheblich. Diese Form II hat nun eine Charakteristik, die viel höher liegt und steiler mit zunehmender Stromstärke abnimmt. An der Übergangsstelle zwischen I und II beobachtet man häufig ein dauerndes Hin- und Herpendeln zwischen den beiden Formen, die Stromstärke bei der dies eintritt, hängt natürlich noch ab von der Maschinen-spannung, weil bei steilerem Verlauf der Widerstandslinie noch

für Punkte mit größeren Stromstärken ein dem stabilen Zustande entsprechender Schnitt mit der höher liegenden Charakteristik möglich ist. Es sei übrigens erwähnt, daß die Maschinenspannung für diese Versuche durch Erhöhung der Tourenzahl auf 6200 Volt gebracht wurde.

Beim Übergang von Form II in III zeigt sich nun folgende merkwürdige Erscheinung. Die Spannung erreicht hier einen höchsten Wert, und sobald Form III eingesetzt hat, sinkt bei weiterer Schwächung der Stromstärke nun auch die Spannung. Obwohl die Schwankungen der Spannung ziemlich

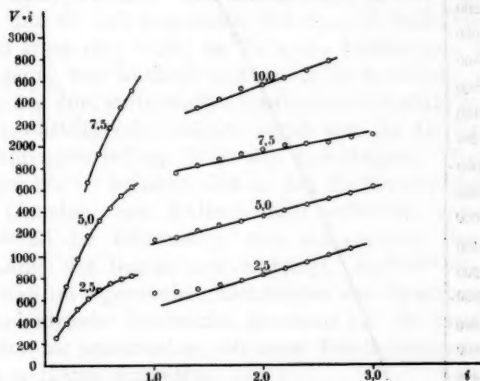


Fig. 20. Wasserdampf.

stark sind, war es doch möglich, einige Punkte dieses abfallenden Zweiges der Charakteristik aufzunehmen. Man befindet sich hier also wohl im Zündungsgebiet des Lichtbogens. Vor allem scheint in diesem Stadium die Temperatur des eigentlichen Bogens nicht mehr sehr hoch zu sein, was schon äußerlich an dem ganz schwachen Leuchten erkennbar ist. Gemessen habe ich bei Form I die Charakteristiken bei 2,5 5, 7,5 und 10 cm Länge. Ihr Verlauf läßt sich auch einigermaßen durch die Ayrtonsche Gleichung darstellen. Den besten Anschluß an die Beobachtungen geben folgende Zahlenwerte:

$$V \cdot i = 185 l + 200 i + 10 l i$$

Man sieht hieraus, daß die Charakteristik (vgl. auch Fig. 20) relativ hoch liegt, bei 10 cm und 3 Amp. werden fast 3 Kilowatt im Lichtbogen verbraucht.

Form II läßt sich nicht durch die Ayrton'sche Formel darstellen. Hier steigt, ähnlich wie bei Sauerstoff, die Leistung mit wachsender Stromstärke erst stark, dann schwächer an, doch liegen die Kurven viel höher als in reinem O, so daß dieser sicher nicht allein die Leitung übernimmt.

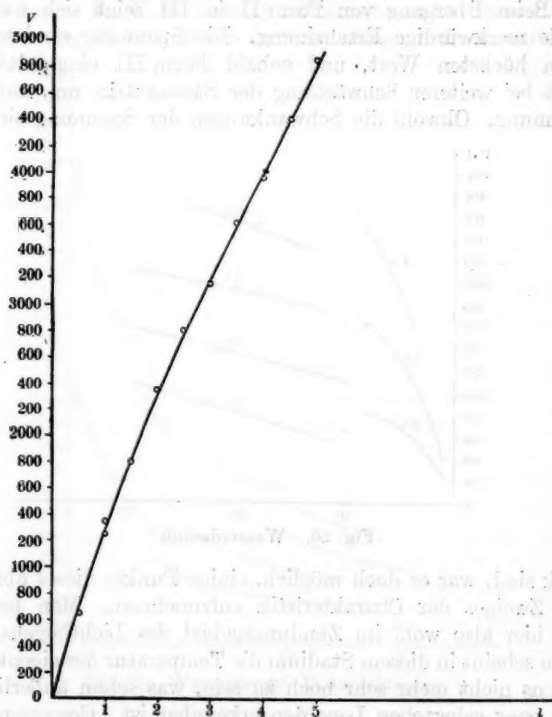


Fig. 21. Wasserdampf, Kohleelektroden, Umkehrpunkt der Charakteristik als Funktion der Bogenlänge.

Schließlich habe ich die Spannung des Umkehrpunktes der Charakteristik als Funktion der Länge gemessen, und zwar bei Kohleelektroden, die ein relativ ruhiges Brennen bewirkten. Das Resultat (Fig. 21) ist ein nahezu proportionaler Anstieg der „Zündspannung“ mit der Länge. Es kommen hier annähernd 1000 Volt auf 1 cm.

Sondenmessungen in Luft.

Nachdem durch die Aufnahme der Charakteristiken einmal festgestellt war, daß sich an diesen langen Lichtbögen verhältnismäßig genaue Messungen vornehmen lassen, erschien es nicht aussichtslos, die einzelnen Teile des Lichtbogens einer genaueren Untersuchung zu unterziehen, wie das beim kurzen Lichtbogen in ausgedehntem Maße geschehen ist. Auch in dieser Beziehung bieten die langen Lichtbögen große Vorteile, weil die einzelnen Teile des Lichtbogens räumlich voneinander getrennt sind. Kathode und Anode sind soweit voneinander entfernt, daß sie sich gegenseitig sicher nicht beeinflussen, und außerdem kann man leicht an Teile des Lichtbogens kommen, die weit genug von Kathode und Anode entfernt sind, um nicht mehr von den dort auftretenden Zuständen beeinflusst zu werden.

Als nächstliegende Aufgabe ergab sich da die Ermittlung der Spannungsverteilung längs des Lichtbogens. Von kurzen Lichtbögen her ist bekannt, daß an den Elektroden Spannungssprünge (Anoden- und Kathodenfall) auftreten, deren Größe vom Material der Elektroden, dem umgebenden Gas, Stromstärke, Länge des Bogens usw. abhängt. Andererseits ist festgestellt, daß im eigentlichen Lichtbogen das Spannungsgefälle, d. h. die elektrische Feldstärke, konstant ist. Es handelte sich nun darum, zu untersuchen, ob diese Erscheinungen auch bei den langen Bögen auftreten.

Von den experimentellen Methoden, die angewandt werden können, um die Potentialverteilung im Lichtbogen zu ermitteln, ist die Sondenmessung die allgemein übliche.

Als Sondenmaterial habe ich verschiedenes ausprobiert, und zunächst Platin, Eisen und Kohle benutzt. Vergleichende Spannungsmessungen ergaben nur geringe Abweichungen; es war aber deutlich zu sehen, daß die Kohle den Bogen mehr störte als Platin. Als Eisensonde nahm ich verhältnismäßig dicke (2 mm) Drahtstifte, weil dünne Drähte sofort abschmelzen. Da auch Platin schmilzt und Kohle rasch abbrennt, wäre es mit diesen Materialien nicht möglich gewesen, die Sonden längere Zeit an derselben Stelle des Bogens zu behalten, was aber bei verschiedenen der nachher beschriebenen Messungen sehr erwünscht war. Ich kam daher auf die Idee, Nernststifte als Sonden zu verwenden. Die damit angestellten Versuche ergaben günstige Resultate: Das Material der Nernststifte hält

außerordentlich hohe Temperaturen aus, ohne daß sich irgendwelche Änderungen an ihm vollziehen; es schmilzt nicht, gibt keine störenden Gase an den Lichtbogen ab und kann lange Zeit an derselben Stelle des Lichtbogens verbleiben. Da Elektrometer zur Spannungsmessung benutzt wurden, so kam der variable Widerstand des Nernststiftes nicht in Frage. Vergleichende Messungen mit Nernststift und Platinsonden ergaben dieselben Resultate. Ich habe bei den Messungen 3 Sorten von Nernststiften verwendet, von 0,35, 0,6 und 1,1 mm Durchmesser. Die Stifte hatten je nach dem vorliegenden Zweck auch verschiedene Länge, etwa $\frac{1}{2}$ bis 1,5 cm, wurden in einem Eisenstift von 1—2 mm Dicke hineingesteckt, der seinerseits wieder in ein Messingröhrchen einsteckbar war, so daß man bequem sowohl Nernststift wie Eisenstift auswechseln konnte. Das Ganze steckte dann noch in einem möglichst enganschließenden Röhrchen aus Verbrennungsglas, um zu bewirken, daß die Sonde wirklich das der äußersten Spitze entsprechende Potential annahm.

Sondenmessungen in der positiven Säule.

Zu diesem Zwecke ließ ich den Lichtbogen in einem Eisenrohr brennen, an das seitlich Ansatzröhren von 10 mm Innendurchmesser in Abständen von 2 cm autogen angeschweißt waren (im ganzen 15 Stück). In diese Ansätze wurden genau passende Röhren aus Verbrennungsglas fest eingekittet, deren Durchmesser gerade so groß war, daß die Sonden durch sie eingeschoben werden konnten. Das Rohr hatte außerdem an den verschiedenen Stellen Bohrungen von 8 mm Durchmesser, die mit Glimmerplättchen bedeckt waren, und durch die die Stelle des Lichtbogens, an der die Sonde eintauchte, beobachtet werden konnte.

Ich habe nun gemessen den Spannungsabfall zwischen der Anode und der Sonde bei konstanter Stromstärke und Länge, wenn nacheinander die Sonde durch die verschiedenen Seitenansätze eingeführt wurde. Das Ergebnis der Messungen entsprach den Erwartungen. Trägt man die Potentialdifferenz als Funktion des Abstandes d von der Anode auf, so erhält man eine gerade Linie, wie Fig. 22 zeigt. Außerdem wurde mit dem Kelvinschen Multicellularinstrument die Spannung zwischen je 2 Sonden gemessen bei konstanter Stromstärke.

In der folgenden Tabelle sind die Werte für die Feldstärke im Eisenlichtbogen von 30 cm Länge bei 0,7 Amp. angegeben, wie sie aus den Spannungsmessungen zwischen verschiedenen Sonden sich ergeben. Die 1. Kolonne gibt die Sonden an, zwischen denen gemessen wurde, die 2. gibt die aus den Sondenabständen und dem Spannungsabfall errechneten Feldstärken.

Sonden	1 u. 3,	2 u. 4,	3 u. 5,	3 u. 5,	4 u. 6,	5 u. 7,	6 u. 8,	7 u. 9,
Feldstärke	59,5	55,6	58,3	58,1	59,0	63,5	62,0	57,5

Sonden	8 u. 10,	9 u. 11,	11 u. 15	Mittel
Feldstärke	60,5	60,0	60,8	59,5

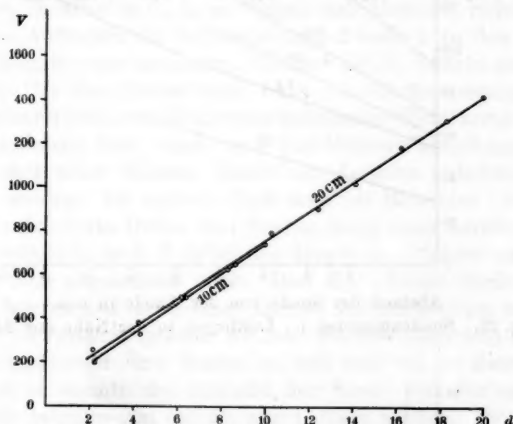


Fig. 22. Sondenmessung längs des Lichtbogens.

Wenn die hier beobachteten Abweichungen vom Mittelwert auch nicht unerheblich sind, so erfolgen die Schwankungen doch durchaus unregelmäßig. Ich habe keine ausgesprochene, bei wiederholten Messungen gleichmäßig auftretende Änderung der Feldstärke im Bogen finden können. Ferner ließ sich einwandfrei feststellen, daß bei derselben Stromstärke die Feldstärke im Bogen von der Länge unabhängig ist. Zum Beleg dafür gilt Fig. 22, in der die durch Sondenmessung ermittelte Spannungsverteilung im Bogen von 0,55 Amp. bei 10 und 20 cm Länge dargestellt ist. Man sieht, daß die beiden Kurven parallel verlaufen. Die kleine Parallelverschiebung rührt wohl von einer etwas fehlerhaften Bestim-

mung des Abstandes der untersten Sonde von der unteren Elektrode her. Das Resultat dieser Messungen ist folgendes:

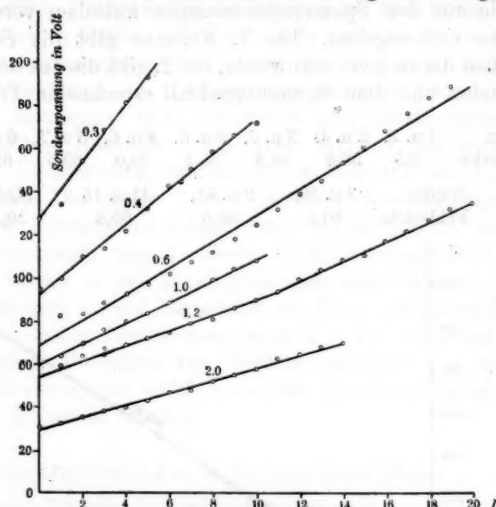


Fig. 23. Sondenmessung im Luftbogen in der Nähe der Anode.

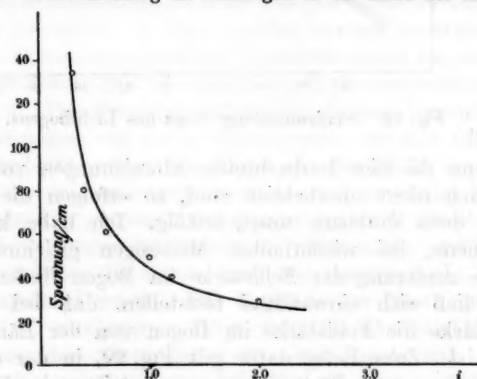


Fig. 24. Spannungsgefälle im Lichtbogen.

Das Spannungsgefälle/cm oder die Feldstärke F ist an allen Stellen des Bogens dieselbe und von der Länge des Licht-

bogens unabhängig. Die Abhängigkeit derselben von der Stromstärke ist durch eine Hyperbel dargestellt:

$$F = \frac{a}{i} + b$$

Die numerische Ermittlung der Konstanten kann aus den Sondenmessungen erfolgen. Genauer ergeben sie sich aber aus Messungen, die später (p. 177) mitgeteilt werden sollen. Daraus erhält man $F = 32,6/i + 11,4$.

Eine weitere Frage ist die, ob die eben für die mittleren Teile des Bogens festgestellte Tatsache auch noch in unmittelbarer Nähe der Elektroden (d. h. in einigen mm Abstand) richtig ist. Aus dem Auftreten der helleuchtenden Aureolen an den Elektroden könnte man vermuten, daß hier die Feldstärke eine andere sei. Um dies festzustellen, habe ich Sondenmessungen in unmittelbarer Nähe der Elektroden in folgender Weise ausgeführt:

Das eiserne Rohr wurde an 2 Stahldrähten aufgehängt und konnte mit einer kleinen Winde um 1—2 cm gehoben oder gesenkt werden. Am unteren Ende trug das Rohr einen Asbestring, der sich beim Heben und Senken längs eines kurzen Glasrohres verschob, so daß dabei das Innere des Rohres dauernd gegen außen abgedichtet blieb. Dies Heben oder Senken des Rohres konnte außen an einer kleinen Millimeterskala auf 0,1 bis 0,2 mm genau abgelesen werden. Steckte man nun in das untere Ansatzrohr eine Sonde, so hob und senkte diese sich mit, und so konnte der Abstand der Sonde von der unteren Elektrode bequem von mm zu mm variiert werden. Die Spannung zwischen Sonde und Elektrode wurde mit dem Wulfschen Elektrometer gemessen. Ich habe in der Hauptsache die Umgebung der Anode untersucht. Es zeigt sich, daß die Spannung schon von einem sehr kleinen Abstand von der Anode an linear zunimmt, und zwar mit derselben Steigung, die der aus den mittleren Teilen des Lichtbogens ermittelten Feldstärke entsprechen würde. Fig. 23 zeigt diesen linearen Anstieg bei verschiedenen Stromstärken. In Fig. 24 ist die Hyperbel $F = a/i + b$.

Amp.	aus Sondenmessung	$F = a/i + b$
0,3	134	120
0,4	81	92,9
0,6	60,7	65,6
1,0	50,0	44,0
1,2	41	38,6
2,0	29,2	27,7

gezeichnet, und es sind die aus der Sondenmessung erhaltenen Werte für F eingetragen. Man sieht, daß sie sich dem Verlauf der Kurve gut einfügen. Daraus folgt: Auch in unmittelbarer Nähe der Elektroden ist die Feldstärke konstant, und zwar hat sie denselben Wert wie in den mittleren Teilen des Bogens. Der Metalldampf übernimmt also auch hier die Leitung nicht.

Kathoden- und Anodenfall.

Es lag nun nahe, den Anoden- und Kathodenfall durch Sondenmessungen zu bestimmen, wie das bei den normalen Lichtbögen in ausgiebigem Maße geschehen ist.

Aus den Sondenmessungen in der Nähe der Elektrode ließ sich mit Sicherheit folgendes entnehmen: Die Spannungssprünge sind unabhängig von der Länge des Lichtbogens.

Um das festzustellen, habe ich die Nernststiftsonden einige mm von der Elektrode entfernt in den Lichtbogen eingeführt und bei konstanter Stromstärke und variabler Länge die Spannungsdifferenz zwischen Sonde und Elektrode mit dem Wulfschen Elektrometer gemessen. Da das Spannungsgefälle im Lichtbogen nach den früheren Messungen von der Länge so gut wie unabhängig ist, so müßten Änderungen des Potentialsprunges an der Elektrode mit der Länge sich auch in der gemessenen Potentialdifferenz in demselben Sinne äußern.

Folgende Tabelle gibt das Resultat einer Messung am Lichtbogen bei 1,2 Amp. Stromstärke und 5 mm Sondenabstand von der unteren Eisenelektrode:

Länge	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	25	30	40
Spannung	76	75	75,5	75,5	75,0	74,2	74,8	73,5	73,5	73.

In diesen Zahlen scheint zunächst ein kleiner Gang zu liegen. Es kann aber nicht erwiesen werden, daß er lediglich einer Änderung des Anodenfalles zuzuschreiben sei, es könnten auch ebensogut andere Nebenumstände, wie z. B. kleine Änderungen an der glühenden Ansatzstelle der Anode, wie in der Lage der Sonde im Lichtbogen diese Änderungen bewirkt haben. Auf jeden Fall läßt sich sagen, daß die Änderungen des Anodenfalles mit der Länge des Bogens klein sein müssen, wenn sie überhaupt vorhanden sind.

Die Ausführung derselben Messungen für den Fall, daß die untere Elektrode Kathode ist, waren deshalb schwieriger und

ungenauer, weil die Kathodenbasis die unangenehme Eigenschaft hat, an der Elektrode hin und her zu klettern. Man mußte deshalb bei der Messung immer erst den Augenblick abwarten, an dem die Basis an der oberen Spitze der Elektrode saß. Aus den Messungen ließ sich trotzdem erkennen, daß eine Abhängigkeit des Kathodenfalles von der Länge des Lichtbogens nicht vorhanden ist.

Länge	2,5	5,0	7,5	10	12,5	12,5	15	17,5	20	25
Spannung	37	37	37	38	38	38	38	34	34	37

bei $i = 0,7$ Amp. und $d = 3$ mm.

Eine genaue Messung der Potentialsprünge an den Elektroden, die durch Extrapolation aus den Sondenmessungen im Bogen nicht genau genug ausführbar war, gelang nun nach folgender, im Prinzip auch von Frau Ayrton schon angewandter Methode. Bringt man die Nernststiftsonde in unmittelbarer Nähe der unteren Elektrode, z. B. der Anode in den Lichtbogen und mißt die Spannung zwischen Sonde und Elektrode mit dem Wulfschen Elektrometer, so sinkt die Spannung immer mehr, bis sie plötzlich auf Null fällt in den Moment, in dem der Nernststift die Elektrode berührt; hebt man die Sonde wieder ein klein wenig an, so springt die Spannung wieder auf den vorher erreichten Minimalwert. Es gelingt dieses Springen der Spannung von Null auf diesen Wert oftmals hintereinander zu wiederholen, wobei die Spannung, auf die sich die Sonde auflädt, einen nahezu konstanten Wert erhält. Da die Trägheit der Elektrometerfäden sehr gering ist, so beobachtet man wirklich, wie die Fäden des Elektrometers plötzlich zusammenfallen und wieder auseinanderspringen, je nachdem man die Sonde bewegt. Der hier im Elektrometer beobachtete Potentialsprung ist identisch mit dem Anodenfall.

Anodenfall.

Nach der eben beschriebenen Methode habe ich zunächst den Anodenfall bei verschiedenen Elektrodenmaterialien als Funktion der Stromstärke direkt gemessen.

Der quantitative Verlauf des Anodenfalles ist in den Figg. 25, 26, 27 dargestellt. Der Anodenfall fällt bei wachsender Stromstärke von hohen Werten schnell ab und nähert sich augenscheinlich einem konstanten Grenzwert. Die 3 Kurven für Eisen, Kupfer und Kohle unterscheiden sich aber in ihrem

quantitativen Verlauf erheblich. Man sieht, daß der Anodenfall bei Eisen größer ist als bei den anderen Materialien, und daß er außerdem bei abnehmender Stromstärke ganz erheblich schneller ansteigt und Werte bis über 180 Volt erreicht. Da die Kurven wieder ein hyperbelartiges Aussehen haben, kann man versuchen, den quantitativen Verlauf durch Gleichungen ähnlich der Ayrton'schen darzustellen.

Es zeigt sich nun, daß die Gleichung in der Form $V = a/i + b$

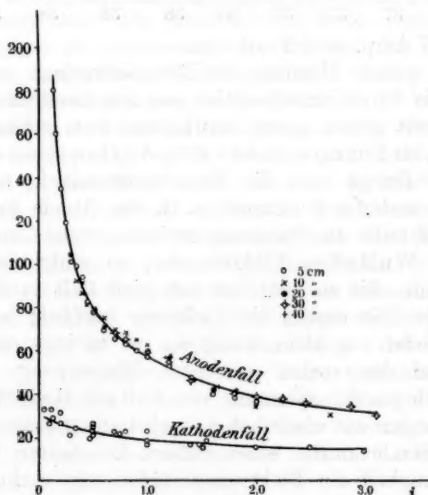


Fig. 25. Eisen.

den Verlauf beim Eisen sehr schlecht darstellt, bei Kohle nur für größere Stromstärken, für Kupfer dagegen ganz gut. Für Eisen habe ich noch ein lineares Glied hinzugenommen und eine Formel $V = a/i + b - ci$ zur Darstellung benutzt, die bessere Resultate liefert. Ich will hier die Formeln zahlenmäßig angeben, möchte aber bemerken, daß der Wert dieser Darstellung lediglich in der kurzen Zusammenfassung des Beobachtungsmaterials liegt, daß aber durch diese Formeln kein physikalisches Gesetz zum Ausdruck kommt.

$$\text{Eisen} \quad . . . \quad V \cdot i = 18 + 42 i - 7 i^2$$

$$\text{Kupfer} \quad . . . \quad V \cdot i = 15 + 27 i$$

$$\text{Kohle} \quad . . . \quad V \cdot i = 32 + 25 i - 2,8/i$$

Bei Kohle andererseits steigt der Anodenfall bei kleiner Stromstärke langsamer an als der Hyperbel entsprechen würde. Ich

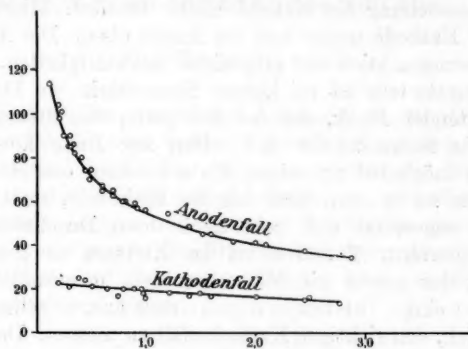


Fig. 26. Kohle.

habe deshalb eine Formel von der Form $V = a/i + b - ci^3$ benutzt.

Bei Eisen habe ich den Anodenfall gemessen für Längen zwischen 5 und 40 cm, und es bestätigt sich die schon früher

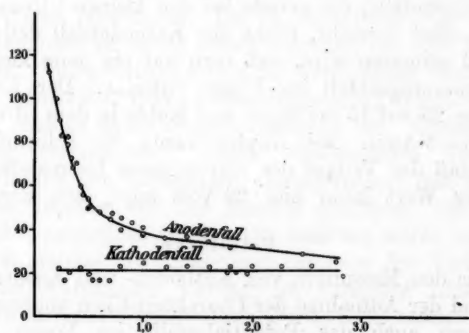


Fig. 27. Kupfer.

festgestellte Unabhängigkeit von der Länge. Wenn man bedenkt, wie wenig rein die Versuchsverhältnisse sind, wie leicht vor allem durch Verunreinigungen die Resultate gefälscht werden können, so kann man die in den Messungen auftretenden Abweichungen noch als verhältnismäßig klein bezeichnen.

Kathodenfall.

Die beim Anodenfall angewandte Meßmethode wurde auch zur Untersuchung des Kathodenfalles benutzt. Hierbei befand sich die Kathode unten und die Anode oben. Die Ausführung der Messungen stieß auf erhebliche Schwierigkeiten. Die Kathodenansatzstelle ist bei kleiner Stromstärke ein kleiner, sehr helleuchtender Fleck, der bei der geringsten Störung an der Elektrode herumkriecht und selten zur Ruhe kommt. Um ihn nun möglichst an seinen Platz an dem oberen Ende der Elektrode zu bannen, habe ich die Elektrode, statt sie abzurunden, zugespitzt und habe auch ihren Durchmesser etwas dünner gewählt. Trotzdem ist das Klettern nie ganz zu vermeiden; das macht die Messungen sehr umständlich. Wenn man aber einige Erfahrungen gesammelt hat, so gelingt es doch schließlich, den richtigen Kathodenfall zu messen. Das Resultat ist aus Fig. 25—27 zu ersehen. Es zeigt sich, daß der Kathodenfall nicht nur von der Länge unabhängig ist, sondern auch nahezu von der Stromstärke und vom Elektrodenmaterial. Er zeigt nach meinen Messungen allerdings die Tendenz mit abnehmender Stromstärke etwas zuzunehmen, vor allem habe ich das bei Eisen bemerken können. Es ist aber zu bedenken, daß bei dem hohen Spannungsgefälle, das gerade bei den kleinen Stromstärken im Bogen selbst herrscht, leicht der Kathodenfall dadurch etwas zu groß gemessen wird, daß man auf ein ganz kleines Stück den Spannungsabfall im Bogen mitmißt. Der Kathodenfall fällt von 25 auf 15 bei Eisen und Kohle in dem Stromintervall von 0,1—3 Amp. Bei Kupfer waren die Schwankungen so stark, daß der Verlauf der Kurve kaum festzustellen ist. Als mittlerer Wert kann hier 22 Volt angegeben werden.

Feldstärke.

Aus den Messungen von Kathoden- und Anodenfall einerseits und der Aufnahme der Charakteristiken andererseits kann man nun auch das Potentialgefälle im Bogen berechnen, indem man von der Gesamtspannung Kathoden- und Anodenfall abzieht. Ich lege hierfür die bei Fe-Elektroden gewonnenen Resultate zugrunde, weil diese wohl am genauesten sind.

$$\text{Charakteristik} \quad V_B = 32,6/i + 62 + 11,4i$$

$$\text{Anodenfall} \quad V_A = 18/i + 42 - 7i$$

$$\text{Kathodenfall} \quad V_K = 20$$

$$V = V_B - (V_A + V_K) = \frac{32,6l - 18}{i} + 11,4l + 7i.$$

Die Feldstärke F in der positiven Säule wird also

$$F = \frac{V}{l} = \frac{32,6}{i} + 11,4 + \frac{7i - \frac{18}{i}}{l}$$

Das 3. Glied ergäbe eine kleine Abhängigkeit der Feldstärke von der Länge, die aber wohl nicht reell ist, sondern lediglich daher rührt, daß die Zahlen eingesetzt wurden, die den besten Anschluß an die Kurven geben. Zudem ist dies Zusatzglied klein für große Längen und verschwindet für die Stromstärke von 1,6 Amp., die gerade die Mitte des benutzten Strombereiches darstellt. Man wird daher $F = 32,6/i + 11,4$ als endgültiges Resultat annehmen können.

Messung der Stromdichte.

Das in der Mitte des Lichtbogens auftretende weiße Band übernimmt, wie aus verschiedenen Versuchen hervorging, sicherlich in der Hauptsache den Elektrizitätstransport. Wenn es also gelänge den Querschnitt dieses Bandes zu messen, so ließe sich daraus die Stromdichte und ihre Abhängigkeit von der Stromstärke bestimmen. Bei den Lichtbögen in Luft ist dieser Querschnitt zu wenig scharf begrenzt, um eine Messung zu gestatten. Viel günstiger liegen die Verhältnisse beim Lichtbogen in Kohlensäure. Hier ist diese Begrenzung so außerordentlich scharf, daß es aussichtsreich erscheint, eine Querschnittsbestimmung vorzunehmen. Nach verschiedenen Versuchen habe ich einfach den Lichtbogen photographiert und auf den Platten den Durchmesser des Bandes gemessen. Die Bilder hatten nahezu natürliche Größe. Der Maßstab wurde bestimmt durch Mitaufnahme des Glasrohres, in dem der Lichtbogen brennt. Die Aufnahmen wurden bei derselben Länge (gewöhnlich 10 cm) und verschiedener Stromstärke schnell hintereinander bei abgestufter Belichtungszeit und gleicher Blende gemacht und gleichmäßig mit Rodinal entwickelt. Die Ausmessung erfolgte mit einem Millimetermaßstab. Anwendung genauerer Meßmethoden wäre bei den schon vorhandenen Abweichungen zwecklos gewesen.

Trägt man den Durchmesser d des Bandes als Funktion der Stromstärke auf, so erhält man eine parabelähnliche

Kurve (Fig. 28). Berechnet man die Stromdichte

$$i = \frac{i}{\pi \frac{d^2}{4}}$$

und trägt sie als Funktion des Stromes auf, so erhält man eine

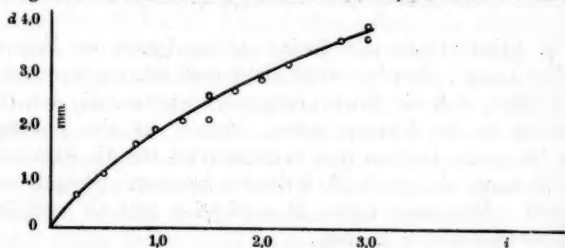


Fig. 28.

Durchmesser des leuchtenden Bandes als Funktion der Stromstärke.

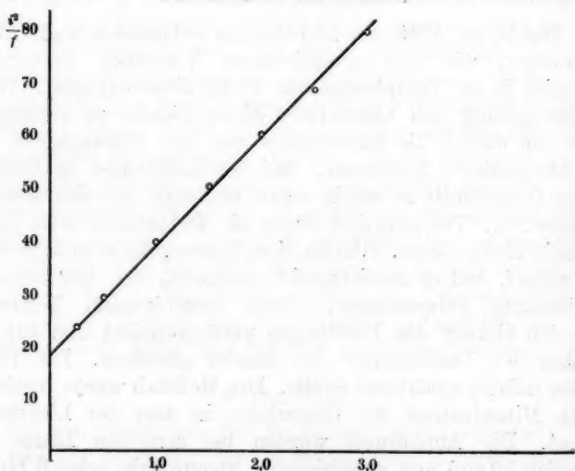


Fig. 29. Kohlensäure.

$\frac{d^2}{f}$ als Funktion von i , i Stromstärke, f Querschnitt des leuchtenden Bandes.

mit wachsendem Strom abfallende Kurve, die sich als Hyperbel erweist, da

$$\frac{i^2}{\pi \frac{d^2}{4}} = r + si$$

linear mit dem Strome wächst (Fig. 29).

Dies läßt sich erklären, wenn man für den Zusammenhang zwischen Feldstärke F im Lichtbogen und der Stromdichte i folgende Beziehung annimmt:

$$F = \frac{i}{\sigma} + c.$$

Diese Gleichung würde in das Ohmsche Gesetz übergehen, wenn die Konstante $c=0$ gesetzt werden könnte. Hieraus folgt nämlich, wenn $f=\pi d^2/4$ der Leitungsquerschnitt ist,

$$i = \frac{i}{f} = \sigma F - \sigma \cdot c$$

Nun ist der Zusammenhang zwischen Feldstärke und Stromstärke durch eine Hyperbel gegeben:

$$F = \frac{a}{i} + b$$

also:

$$\frac{i}{f} = \sigma \left(\frac{a}{i} + b - c \right)$$

$$\frac{i^2}{f} = \sigma (a + (b - c) i) = r + s i$$

Man sieht also, daß dieser Ansatz wirklich eine lineare Abhängigkeit des i^2/f von der Stromstärke verlangt, wie sie das Experiment ergibt. Wenn man für a und b die aus den Charakteristiken erhaltenen Werte einsetzt und andererseits die lineare Abhängigkeit $i^2/f = r + s i$ numerisch ausrechnet, kann man σ und c berechnen. Führt man Zahlenwerte ein, so hat man zu setzen:

Gleichung a
$$i = \frac{19,0}{i} + 20,3.$$

Die Konstanten werden am bequemsten aus der Geraden für i^2/f entnommen.

Die Feldstärke F für CO_2 als Funktion von i erhält man angenähert aus der Charakteristik

$$F = -\frac{90}{i} + \frac{73l}{i} + 80 + 11,7l.$$

Wenn man $F=V/l$ setzt, und die beiden Glieder, die dann noch l im Nenner haben, wegläßt, da sie klein sind und die durch Kathoden- und Anodenfall bewirkte Abhängigkeit der Span-

nung pro cm von der Länge darstellen. Also:

Gleichung b
$$F = \frac{73}{i} + 11,7.$$

Aus diesen beiden Gleichungen a und b erhält man

$$F = 3,84 i - 66,8,$$

wobei also F in Volt/cm und i in Amp./cm² gemessen ist:

$$i = 0,26 F + 17,27.$$

In ihrer Form erinnert die Formel für F an das Ohmsche Gesetz; wenn auch F nicht direkt proportional i wächst, so nimmt es doch jedenfalls linear mit i zu. Die Bedeutung dieser Ähnlichkeit soll an späterer Stelle besprochen werden.

Theorie des Leitungsvorganges in der positiven Säule.

Über den Mechanismus des Elektrizitätstransportes in der positiven Säule des Lichtbogens weiß man bisher noch sehr wenig. Man nimmt allgemein an, daß die Ionisierung hier durch Ionenstoß erfolge. Damit dies möglich ist, muß die von Townsend aufgestellte und experimentell stets bestätigte Grundbedingung der Stoßionisation erfüllt sein, die aussagt: Trifft ein Elektron mit einem neutralen Molekül zusammen, so wird dies durch den Stoß dann und nur dann in ein $+$ Ion und ein Elektron zerspalten, wenn die Geschwindigkeit des auftreffenden Elektrons größer oder gleich einer kritischen Geschwindigkeit v_0 ist.

Soll also Stoßionisation im Lichtbogen vorliegen, so muß man erklären, wie die Elektronen die zur Stoßionisation nötige Geschwindigkeit erlangen. Der bisher sehr eingehend, sowohl experimentell wie theoretisch untersuchte Fall einer Stoßionisation ist nun der, daß das Elektron die kritische Geschwindigkeit v_0 erreicht durch Beschleunigung in einem elektrischen Felde. Damit Stoßionisation eintreten kann, muß dann das auf der freien Weglänge vom Elektron frei durchlaufene Spannungsgefälle mindestens so groß sein, daß die Endgeschwindigkeit des Elektrons gleich v_0 ist. Diese Überlegung führt zur Definition der Ionisierungsspannung V durch die Gleichung

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = e \cdot V,$$

wo m die Masse und e die Ladung des Elektrons bedeutet.

Der nächstliegende Gedanke wäre der, daß auch im Lichtbogen die Elektronen im elektrischen Felde die zur Stoßionisation nötige Geschwindigkeit v_0 erreichen. Nun läßt sich aber, worauf besonders Child hingewiesen hat, leicht ausrechnen, daß das im Lichtbogen vorhandene Spannungsgefälle längs der freien Weglänge auch nicht entfernt die Größe der Ionisierungsspannung erreicht. Es sei dies hier nochmals zahlenmäßig für den Luftlichtbogen nachgewiesen. Das Spannungsgefälle pro cm ist ja nach p. 177 als Funktion der Stromstärke

$$F = \frac{32,6}{i} + 11,4 \text{ Volt/cm}$$

die freie Weglänge in Luft bei Atmosphärendruck ist (nach Landolt und Börnstein)

$$l = 949 \cdot 10^{-8} \text{ cm ,}$$

also ist die auf die freie Weglänge entfallende Spannung

$$V_e = F \cdot l = \left(\frac{32,6}{i} + 11,4 \right) \cdot 949 \cdot 10^{-8}$$

Rechnen wir für eine Stromstärke von 1 Amp., so wird

$$V_e = 4,74 \cdot 10^{-4} \text{ Volt.}$$

Da die wirklich gemessene Ionisierungsspannung 7,5 Volt ist, so müßten

$$n = \frac{7,5}{4,74 \cdot 10^{-4}} = 1,6 \cdot 10^4$$

freie Weglängen durchlaufen werden, damit durch Beschleunigung im elektrischen Felde Stoßionisierung eintrete. Man sieht hieraus, daß auch die Annahme, es könne das Elektron die nötige Energie auf mehreren freien Weglängen durch Akkumulation erreichen, äußerst unwahrscheinlich ist.

Da scheint mir nun folgender Weg zum gewünschten Ziele zu führen: Wir wollen die anfangs hervorgehobene Grundhypothese der Stoßionisation unverändert beibehalten und nach einer anderen Ursache suchen, die den Elektronen Geschwindigkeiten $\geq v_0$ gibt. Dazu benutzen wir folgende zwei sicher feststehende Tatsachen: 1. Im Lichtbogen ist die Temperatur außerordentlich hoch; 2. es sind dauernd Elektronen vorhanden, da, wie man weiß, an der Kathode entsprechend dem glüh-elektrischen Effekt aus der Elektrode Elektronen herausfliegen.

Diese Elektronen machen die ungeordneten Temperaturbewegungen mit, so daß im Mittel jedes Elektron eine kinetische Energie $\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = kT$ hat. Die Frage, ob etwa diese mittlere Geschwindigkeit $\bar{v} = \sqrt{\bar{v}^2}$ den zur Stoßionisation nötigen kritischen Wert v_0 bei Lichtbogentemperatur erreicht, ist, wie schon bekannt, unbedingt zu verneinen.¹⁾ Nun sind aber die Geschwindigkeiten der Elektronen nach dem Maxwell'schen Gesetz verteilt, es sind also bei dieser Temperatur in jedem Augenblick sicher Elektronen vorhanden, deren ungeordnete Temperaturgeschwindigkeit größer oder gleich v_0 ist. Die Frage ist also nur die: Ist die Zahl der Elektronen, die infolge der Temperaturbewegung durch Stoß ionisieren können, groß genug, um die im Lichtbogen gemessenen Leitfähigkeiten zu erklären. Die folgende Theorie will nun behaupten, daß dies tatsächlich der Fall ist, daß die durch diese Elektronen bewirkte Ionisierung groß genug ist, um die beobachtete Leitfähigkeit quantitativ zu erklären, und daß das ganze elektrische Verhalten des Lichtbogens diese Auffassung stützt.

Wir denken uns zunächst folgenden idealisierten Fall: Ein Gas werde durch Erwärmung von außen her auf Lichtbogentemperatur gehalten und an irgendeiner Stelle seien einmal Elektronen erzeugt worden. Dann wird infolge der Verteilung der Geschwindigkeiten nach dem Maxwell'schen Gesetz dauernd eine bestimmte Anzahl dieser Elektronen durch Stoß ionisierend wirken. Infolge der Wiedervereinigung wird sich ein Dissoziationsgleichgewicht einstellen, so daß in jedem Augenblick ebensoviel Ionen und Elektronen erzeugt werden wie verschwinden. Es fragt sich nun:

Wie groß ist die Zahl der bei dem Gleichgewichtszustand dauernd vorhandenen Ionen und Elektronen?

Die negativen Ionen können gegenüber den Elektronen nur eine untergeordnete Rolle spielen. Sie werden sicher vorhanden sein, aber in geringerer Zahl, da ihr Entstehen durch Hängenbleiben eines Elektrons an einem neutralen Molekül nur bei sehr kleinen Elektronengeschwindigkeiten erfolgen soll, und derartig gebundene Elektronen schon durch schwache Erschütterungen wieder abgetrennt werden können.

Demnach betrachten wir wesentlich die Zusammenstöße von Elektronen a) mit + Ionen, b) mit neutralen Molekülen und

1) Siehe z. B. P. Lenard, Ann. d. Phys. 40. p. 405. 1913.

teilen diese in 2 Kategorien ein: 1. solche Stöße, bei denen das Elektron eine Geschwindigkeit besitzt, die \geq der Ionisierungsgeschwindigkeit v_0 ist; 2. solche, bei denen die Geschwindigkeit kleiner als v_0 ist. Wir bestimmen die Zahl der Stöße, die für den Ionisierungszustand maßgebend sind.

a₁) Stößt ein Elektron mit $v \geq v_0$ auf ein + Ion, so passiert nichts, da wir annehmen, daß zur Abtrennung eines 2. Elektrons eine noch sehr viel größere Arbeit erforderlich ist, so daß wir deren Einfluß vernachlässigen können.

a₂) Stößt ein Elektron mit $v < v_0$ auf ein + Ion, so bleibt es hängen, dabei wird also die Zahl der Elektronen und + Ionen um 1 vermindert, die Zahl der neutralen Moleküle um 1 vermehrt. Die Zahl dieser Stöße/cm³ während der Zeiteinheit sei n_+ .

b₁) Stößt ein Elektron mit einem neutralen Molekül zusammen mit $v \geq v_0$, so wird ein Elektron abgetrennt. Es wird also die Zahl der Elektronen und + Ionen um 1 vermehrt, dagegen die Zahl der neutralen Moleküle um 1 vermindert. Die Zahl dieser Stöße/cm³ in 1 sec. sei \mathfrak{N}_0 .

b₂) Stößt ein Elektron mit $v < v_0$ mit einem Molekül zusammen, so geschieht nichts, was den Ionisierungszustand ändert.

Da Gleichgewicht herrschen soll zwischen dem Entstehen und Verschwinden von Ladungen, so folgt aus den obigen Annahmen

$$n_+ = \mathfrak{N}_0.$$

Es handelt sich darum, diese Zahlen als Funktion der Temperatur T zu berechnen.

Es sei N die Gesamtzahl der in 1 cm³ vorhandenen Elektronen. Von diesen ist die Anzahl/cm³ derjenigen, deren Geschwindigkeit v mit den Geschwindigkeitskomponenten ξ , η , ζ im Geschwindigkeitsintervall ξ bis $\xi + d\xi$, η bis $\eta + d\eta$, ζ bis $\zeta + d\zeta$ liegt:

$$\left(\frac{m}{2\pi k T}\right)^{3/2} N \cdot e^{-\frac{m v^2}{2 k T}} d\xi d\eta d\zeta = A \cdot N \cdot e^{-\beta v^2} d\xi d\eta d\zeta,$$

wo T die absolute Temperatur und $k = 1,35 \cdot 10^{-16}$ ist, und gesetzt ist

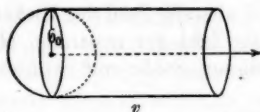
$$\beta = \frac{m}{2 k T}$$

$$A = \left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{3/2}.$$

Wir denken uns die Moleküle des Gases ruhend. Das ist den enormen Elektronengeschwindigkeiten gegenüber erlaubt. Ihre Gesamtzahl/cm³ sei N_T bei der Temperatur T und Atmosphärendruck. Ist N_0 die Gesamtzahl/cm³ bei 0° C und 1 Atm., so ist

$$N_T = N_0 \frac{273}{T}.$$

Der Radius der Moleküle sei σ_0 . Wir greifen eines von ihnen heraus und berechnen die Zahl der Elektronen des Geschwindigkeitsintervalles ξ bis $\xi + d\xi$, η bis $\eta + d\eta$, ζ bis $\zeta + d\zeta$, die dies



Molekül treffen. Dies sind alle die, welche in dem zylindrischen Raum mit der Grundfläche $\pi \sigma_0^2$ und der Höhe v liegen, dessen Achse parallel der Geschwindigkeitsrichtung ist. Die Zahl der Zusammenstöße ist proportional der Zahl der in dem Raum $\pi \sigma_0^2 v$ enthaltenen Elektronen des Geschwindigkeitsbereiches ξ bis $\xi + d\xi$, η bis $\eta + d\eta$, ζ bis $\zeta + d\zeta$, also

$$\pi \sigma_0^2 v \cdot A \cdot N \cdot e^{-\beta v^2} d\xi d\eta d\zeta.$$

Da für die ionisierende Wirkung der Stöße lediglich der Absolutwert v der Geschwindigkeit maßgebend ist, so kann ich über alle Geschwindigkeitsrichtungen integrieren. Das ergibt einen Faktor 4π , und man erhält damit für die Zahl $d\mathfrak{N}_1$ der Elektronen, die mit einer Geschwindigkeit des Geschwindigkeitsintervalles v bis $v + dv$ ein bestimmtes neutrales Molekül treffen:

$$d\mathfrak{N}_1 = 4\pi^2 \sigma_0^2 N \cdot A \cdot e^{-\beta v^2} v^3 dv.$$

Die Gesamtzahl der Elektronen/cm³ dieser Art, die irgendein neutrales Molekül treffen, ist proportional der Zahl N_T der in 1 cm³ enthaltenen neutralen Moleküle bei der Temperatur T , also gleich

$$d\mathfrak{N}_0 = 4\pi \sigma_0^2 N \cdot N_T \cdot A \cdot e^{-\beta v^2} v^3 dv.$$

Ionisierend wirken nur alle die Elektronenstöße, die einer Geschwindigkeit $v \geq v_0$ entsprechen. Um also die Gesamtzahl der ionisierenden Stöße zu erhalten, muß man integrieren von v_0 bis ∞ . Das ergibt die gesuchte Zahl

$$\mathfrak{N}_0 = 4\pi \sigma_0^2 N_T \cdot N \cdot A \cdot \int_{v_0}^{\infty} e^{-\beta v^2} v^3 dv.$$

Zur Berechnung von n_+ ist eine ganz analoge Überlegung anzuwenden. Ist N_+ die Gesamtzahl der $+$ Ionen pro cm^3 bei T^0 und σ_+ ihr Radius, so ist die Zahl der Zusammenstöße von Elektronen mit $+$ Ionen unterhalb der kritischen Geschwindigkeit

$$n_+ = 4 \pi \sigma_+^2 N_+ \cdot N \cdot A \int_0^{v_0} e^{-\beta v^2} v^3 dv$$

Rechnet man die beiden Integrale aus, so erhält man

$$\begin{aligned} \mathfrak{N}_0 &= 2 \sigma_0^2 N_T \cdot N \cdot \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} e^{-\beta v_0^2} (1 + \beta v_0^2) \\ n_+ &= 2 \sigma_+^2 N_+ N \cdot \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} \left\{ 1 - e^{-\beta v_0^2} (1 + \beta v_0^2) \right\} \end{aligned}$$

Unsere Bedingungsgleichung für das Dissoziationsgleichgewicht ergibt damit die Beziehung:

$$N_+ = N_T \frac{\sigma_0^2}{\sigma_+^2} \frac{e^{-\beta v_0^2} (1 + \beta v_0^2)}{1 - e^{-\beta v_0^2} (1 + \beta v_0^2)}$$

Durch diese Gleichung ist also die Zahl der dauernd vorhandenen $+$ Ionen im Verhältnis zur Zahl der neutralen Moleküle bestimmt, und man kann diese Zahl als Funktion der Temperatur berechnen, wenn man noch eine Annahme über das Verhältnis der Radien σ_0 und σ_+ macht. Das Nächstliegende ist $\sigma_0/\sigma_+ = 1$ zu setzen, da durch Abtrennung eines Elektrons der Atomradius sich wohl kaum erheblich ändern kann. Aus der Tatsache, daß in der positiven Säule des Lichtbogens keine freien räumlichen Ladungen vorhanden sind und aus der Annahme, daß die Zahl der vorhandenen $-$ Ionen verschwindend klein ist, folgt nun, daß die Zahl der vorhandenen $+$ Ionen gleich ist der Zahl der vorhandenen Elektronen, die mit N_- bezeichnet sei. Es ist also

$$N_- = N_+ = N_T \frac{e^{-\frac{B}{T}} \left(1 + \frac{B}{T} \right)}{1 - e^{-\frac{B}{T}} \left(1 + \frac{B}{T} \right)},$$

wo

$$B = \frac{e V}{k} = \frac{1/2 m v_0^2}{k}$$

ist. Mit der Kenntnis der Elektronenzahl ist uns auch das Mittel in die Hand gegeben, die Leitfähigkeit des Gases zu berechnen. Denkt man sich nämlich eine Spannung angelegt, so

wird der entstehende Strom wesentlich von den leicht beweglichen Elektronen übernommen. Er kommt dadurch zustande, daß jedes Elektron auf der freien Weglänge l zu seiner ungeordneten Geschwindigkeit eine Geschwindigkeitskomponente in Richtung des elektrischen Feldes bekommt. In völliger Analogie zur metallischen Leitung kann man die bei diesem Leitungsvorgang entstehende Leitfähigkeit berechnen nach der Formel

$$\kappa = \frac{1}{2} \frac{N_- e^2 l}{m \cdot v} = \frac{1}{2} \frac{N_- e^2 l}{\sqrt{3 m k T}},$$

wo v die mittlere Geschwindigkeit bei der Temperatur T ist. Setzt man den für N_- gefundenen Wert in diese Formel ein, so erhält man folgende Abhängigkeit der Leitfähigkeit von der Temperatur:

$$\kappa = C \cdot T^{-\frac{3}{2}} \frac{e^{-\frac{B}{T}} \left(1 + \frac{B}{T}\right)}{1 - e^{-\frac{B}{T}} \left(1 + \frac{B}{T}\right)},$$

wo

$$C = \frac{1}{2} N_0 e^2 l \frac{1}{\sqrt{3 m k}}$$

zu setzen ist.

Es soll nunmehr für einen bestimmten Fall numerisch berechnet werden, wie groß diese Leitfähigkeit bei Lichtbogen-temperatur ist. Ich möchte die Rechnung durchführen für CO_2 , weil aus der Messung der Stromdichte im CO_2 -Bogen die Leitfähigkeit einigermaßen bekannt ist, obwohl die Ionisierungsspannung nicht genau bekannt ist. Ausschlaggebend für die Größe der Leitfähigkeit ist, wie man an der Formel für die Zahl der Elektronen erkennt, der Wert von

$$\frac{B}{T} = \beta v_0^2 = \frac{m v_0^2}{2 k T} = \frac{e V}{k T}.$$

Diese Größe ist nun aber wesentlich durch den Wert der Ionisierungsspannung V bestimmt. Wie mir Herr J. Frank freundlicherweise brieflich mitteilte, ist die Ionisierungsspannung von CO_2 wahrscheinlich relativ klein, jedoch größer als 5 Volt. Setzt man diesen Wert zunächst einmal ein und nimmt für die Lichtbogentemperatur 4000° abs., so wird

$$\beta v_0^2 = \frac{5}{300} \frac{4,76 \cdot 10^{-10}}{1,35 \cdot 10^{-16} \cdot 4 \cdot 10^3}$$

$$\beta v_0^2 = 14,7.$$

Rundet man der bequemen Rechnung wegen auf $\beta v_0^2 = 15$ ab, so wird die Zahl der Elektronen

$$N_- = N_T \frac{16 \cdot 4,9 \cdot 10^{-6}}{1 - 16 \cdot 4,9 \cdot 10^{-6}}.$$

Man sieht, daß der Nenner praktisch gleich 1 ist. Für N_T ist die Zahl der Moleküle bei der Temperatur von 4000° zu setzen; da $N_T = N_0 \cdot 273/4000$ ist, wird

$$N_- = \frac{2,76 \cdot 10^{19} \cdot 273}{4000} \cdot 16 \cdot 4,9 \cdot 10^{-6} \\ = 1,48 \cdot 10^{14}.$$

Man sieht, daß nach dieser Annahme bereits eine erhebliche Anzahl von Elektronen dauernd vorhanden ist. Zur Leitfähigkeitsberechnung brauchen wir die freie Weglänge der Elektronen und wir setzen sie nach einer bekannten Überlegung gleich dem vierfachen der freien Weglänge der Moleküle. Diese ist nach Landolt und Börnstein für CO_2 bei 1 Atm.

$$l = 6,29 \cdot 10^{-6} \text{ cm.}$$

Es wird

$$\kappa = \frac{1}{2} \frac{1,48 \cdot 10^{14} \cdot 2,53 \cdot 10^{-40} \cdot 4 \cdot 6,29 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3} \cdot 9 \cdot 10^{-29} \cdot 1,35 \cdot 10^{-10} \cdot 4 \cdot 10^3} \\ = 1,24 \cdot 10^{-11} \text{ c.g.s.} = 1,24 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Amp./cm}^2}{\text{Volt/cm}}$$

Aus den Messungen der Stromdichte im CO_2 -Bogen ergab sich nun die Beziehung

$$E = \frac{i}{0,26} - 66,3.$$

Also wird die Leitfähigkeit

$$\kappa = \frac{i}{E} = 0,26 + \frac{17,3}{E}.$$

Diese Messung gibt uns zunächst nur die Größenordnung der Leitfähigkeit, und zwar ergibt sich diese bei 1 Amp. Stromstärke, entsprechend einer Feldstärke von 85 Volt/cm

$$\kappa = 0,4 \frac{\text{Amp./cm}^2}{\text{Volt/cm}}.$$

Der gemessene Wert ist also ungefähr 30mal so groß wie der berechnete. Es fragt sich also: Muß mit diesem Resultat die Hypothese als falsch aufgegeben werden, oder lassen sich durch plausible Annahmen diese Unterschiede erklären?

Ich glaube diese Frage unbedingt bejahen zu dürfen. Es lassen sich nämlich noch verschiedene Ursachen angeben, die,

bisher nicht berücksichtigt, die Leitfähigkeit erheblich vergrößern können.

Wie schon hervorgehoben, wird die Leitfähigkeit wesentlich bestimmt durch den numerischen Wert von βv_0^2 . Wir fanden, daß 14,7 der kleinste, ohne Hypothese mögliche Wert sei. Man berücksichtige nun folgendes:

Sobald es gelingt, für βv_0^2 den Wert 9 möglich zu machen, wird

$$N_- = 2,92 \cdot 10^{15}$$

und

$$\kappa = 0,2 \frac{\text{Amp./cm}^2}{\text{Volt/cm}},$$

womit also die Größenordnung der gemessenen Leitfähigkeit erreicht ist.

Um für βv_0^2 den Wert 9 zu erhalten, müßte man entweder für die Temperatur einen erheblich höheren Wert c. 6500° einsetzen, was wohl kaum angängig ist, oder man müßte für die Ionisierungsspannung statt 5 Volt 3 Volt annehmen. Nun ist es unwahrscheinlich, daß die Ionisierungsspannung unter gewöhnlichen Umständen wirklich diesen niedrigen Wert hat, doch läßt sich eine mit großer Wahrscheinlichkeit vorhandene Ursache für eine Herabminderung der Ionisierungsspannung angeben.

Ich nehme an, daß die bei der Ionisierung von den Gasatomen emittierte Strahlung beim Auffallen auf andere Teilchen deren Ionisierungsspannung verringert, und zwar im Mittel ungefähr auf den halben Wert.

Ein derartiger Einfluß der Strahlung ist bereits beobachtet, und zwar von Frank und Westphal¹⁾ in Joddampf. Daß der Effekt in Luft und in anderen Gasen bisher nicht gefunden ist, mag vielleicht daran liegen, daß gerade die im äußersten Ultraviolett liegenden Frequenzen stark wirksam sind, die bei Versuchen, bei denen in Glasröhren eingeschlossene Gase von außen belichtet werden, nicht mehr zur Wirkung kommen. Natürlich würde diese Strahlung auch eine direkte lichtelektrische Wirkung haben, wie sie gerade für die ultravioletten Frequenzen von Lenard²⁾ beobachtet ist. Auch diese wirkt in dem Sinne, die Leitfähigkeit zu vergrößern, doch läßt sie

1) J. Frank u. W. Westphal, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 14, p. 159. 1912.

2) P. Lenard, Sitzungsber. d. Heidelberg. Akad. d. Wiss. 1911, 24. Abh.

sich quantitativ noch nicht übersehen. Formal könnte man sie wohl auch einfach durch eine Verringerung der Ionisierungsspannung berücksichtigen.

Außer dieser Hypothese der Änderung der Ionisierungsspannung durch die Strahlung könnte man noch einen anderen Weg einschlagen, um auch die quantitative Übereinstimmung der Theorie mit der Beobachtung herzustellen. Es wurde bei der Berechnung des Dissoziationsgleichgewichtes angenommen, daß die Wiedervereinigung von Elektronen mit $+$ Ionen dann eintritt, wenn das Elektron mit einer Geschwindigkeit $v < v_0$ auftritt. Es ist aber gar nicht sicher, daß alle Elektronen mit Geschwindigkeiten $v < v_0$ kleben bleiben. Frank und Hertz¹⁾ haben ja experimentell gezeigt, daß unterhalb der Ionisierungsspannung Reflexionen möglich sind. Würde man annehmen können, daß die Elektronen nur kleben bleiben bei Geschwindigkeiten, die kleiner oder gleich $\frac{1}{9} v_0$ sind, so würde sich auch damit die berechnete Leitfähigkeit in Übereinstimmung mit der beobachteten bringen lassen. Dies läßt sich folgendermaßen zeigen:

Nimmt man an, daß die Elektronen bei Geschwindigkeiten $v \leq v_1$ kleben bleiben, so ist bei der Berechnung von n_+ von 0 bis v_1 anstatt von 0 bis v_0 zu integrieren. Der Ausdruck für die Zahl der bei der Temperatur T vorhandenen Elektronen nimmt die Form

$$N_- = N_T \frac{e^{-\beta v_0^2} \left(1 + \frac{B}{T}\right)}{1 - e^{-\beta v_1^2} (1 + \beta v_1^2)}$$

an. Um numerische Übereinstimmung mit dem Experiment zu erreichen, muß N_- 30mal so groß werden wie vorher, d. h. der Nenner, der vorher gleich 1 war, muß $\frac{1}{30}$ sein. Das ergibt für v_1 folgende Gleichung, wenn man berücksichtigt, daß βv_1^2 klein ist und man die Exponentialfunktion in eine Reihe entwickeln kann:

$$1 - (1 - \beta v_1^2)(1 + \beta v_1^2) = \frac{1}{30}$$

da also

$$\beta v_1^2 = \frac{1}{5,5}$$

und

$$\beta v_0^2 = 14,7 \text{ ist,}$$

1) J. Frank u. G. Hertz, Verh. d. Deutsch. phys. Ges. 15. p. 373. 1913.
Annalen der Physik. 1V. Folge. 47.

so wird

$$v_1 = \frac{v_0}{\sqrt{80}} \cong \frac{1}{9} v_0.$$

Ob diese Annahme physikalisch zulässig ist, läßt sich erst sagen, wenn genaue experimentelle Untersuchungen über die Wiedervereinigung vorliegen.

Es ist natürlich nicht ausgeschlossen, daß die beiden zur Erklärung herangezogenen Effekte, die Strahlung und die Wiedervereinigung gleichzeitig wirken, so daß die Wirkung des einzelnen geringer sein kann, als hier angenommen wurde. Auf jeden Fall zeigen diese Rechnungen wohl, daß die vorliegende Theorie die großen, in Lichtbogengasen gemessenen Leitfähigkeiten der Größenordnung nach ergibt.

Bisher haben wir uns bei unseren theoretischen Überlegungen auf die Betrachtung des Falles beschränkt, bei dem das Gas von außen geheizt gedacht wurde. In Wirklichkeit liegen beim Lichtbogen die Verhältnisse noch etwas anders. Der Lichtbogen erzeugt nämlich die zur dauernden Aufrechterhaltung der hohen Temperatur nötige Wärmemenge selbst, und zwar ist die Größe der im Lichtbogen verbrauchten Leistung einzig und allein durch diesen Energiebedarf bestimmt. Das hat man sich so vorzustellen. Es sei das Gas zwischen den Elektroden des Lichtbogens einmal auf eine hohe Temperatur gebracht und an einer Stelle seien Elektronen erzeugt. Das erste geschieht beim Zündvorgang, das zweite durch die Elektronenemission der Kathode. Das Gas ist dann leitend und eine angelegte Spannung treibt einen Strom durch das Gas. Dieser Strom erzeugt seinerseits wieder Joulesche Wärme, sorgt somit für Aufrechterhaltung der Temperatur und Leitfähigkeit des Gases. Durch Wärmeleitung geht natürlich dauernd Energie in Gestalt von Wärme nach außen hin verloren und der Strom muß sich so einregulieren, daß die von ihm abgegebene Energie den Energieverlust durch Wärmeleitung dauernd deckt. Daß diese beiden Energiemengen tatsächlich der Größenordnung nach identisch sind, läßt sich leicht durch folgende Überschlagsrechnung zeigen, die ich für den CO_2 -Bogen bei 2 Amp. durchführen möchte.

Die vom Strom in einem Stück des Lichtbogenbandes von 1 cm Länge in 1 sec zugeführte Energie ist

$$F \cdot i = 78 + 11,7 i = 96,4 \text{ Watt} = 22,8 \text{ g cal/sec.}$$

Die durch Wärmeleitung nach außen in 1 sec abgeführte Wärmemenge läßt sich überschläglicly nach folgender Formel berechnen:

$$Q = \lambda \cdot F \cdot \frac{dT}{dr},$$

wo λ die Wärmeleitfähigkeit bei Lichtbogentemperatur bedeutet, F die Mantelfläche des zylindrischen Lichtbogenbandes und dT/dr den Temperaturgradienten am äußeren Rande des Lichtbogenbandes. Für λ ergibt sich nach Landolt-Börnstein unter Berücksichtigung der dort angegebenen Temperaturabhängigkeit der Wert

$$\lambda = 1,1 \cdot 10^{-3}.$$

Der Durchmesser des Lichtbogenbandes bei 2 Amp. ist 0,3 cm. Das Temperaturgefälle läßt sich natürlich nur schätzungsweise angeben. Die Temperatur sinkt nun an der Grenze des Bandes sicher sehr plötzlich, wie man leicht erkennen kann, wenn man eine Sonde allmählich in den Lichtbogen einführt. Die Temperatur in der Aureole mag wohl wie die einer Flamme 2000° sein. Schätzt man die Länge der Strecke, auf der dieser Abfall erfolgt, auf 0,2 cm, so wird $dT/dr = 10^4$. Dieser Wert dürfte kaum zu hoch gegriffen sein, denn wie man aus den Photographien bei Messung der Stromdichte sieht, ist der Übergang vom Lichtbogenband zur Aureole ganz plötzlich. Mit diesen Zahlenwerten wird nun

$$Q = 1,1 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 0,15 \cdot 10^4 = 10,4 \text{ g cal/sec.}$$

Die abgeführte Wärmemenge erreicht also tatsächlich die Größenordnung der zugeführten.

Hiernach wäre es natürlich von großem Interesse, die wirkliche Temperaturverteilung im Querschnitt des Bogens zu ermitteln und die mit dieser in engem Zusammenhange stehende Verteilung der Stromdichte. Beide beeinflussen sich gegenseitig in der Weise, daß die an einer Stelle herrschende Temperatur die Leitfähigkeit des Gases und damit die Stromdichte bestimmt, während andererseits wieder die zur Aufrechterhaltung der Temperatur nötige Wärmemenge vom Strome geliefert werden muß und also durch die Stromdichte an dieser Stelle bestimmt ist.

Man kann versuchen, dieses Problem rechnerisch zu behandeln.

Leider ist es bisher nicht gelungen, die hierbei auftretende Differentialgleichung zu lösen. Trotzdem gelingt es wohl, qualitativ sich einen Überblick zu bilden über die Art und Weise, wie sich nach dieser Auffassung ein Lichtbogen verhalten muß.

Querschnittsbegrenzung.

Da die Leitfähigkeit mit abnehmender Temperatur sehr plötzlich sinkt, so sieht man, daß in einem bestimmten Abstände von der Mitte des Bogens die Leitfähigkeit des Gases sehr rasch abfallen muß. Hierdurch erklärt sich die Tatsache, daß man bei den meisten Lichtbögen ein relativ scharf begrenztes Band beobachtet, das den Stromtransport übernimmt.

Spannungsgefälle pro Centimeter.

Nach der vorliegenden Theorie ist es ganz selbstverständlich, daß im eigentlichen Bogen das Spannungsgefälle/cm konstant und unabhängig von der Länge sein muß. Denn in jedem Stücke des Lichtbogens spielt sich ja derselbe Prozeß ab. Es ist dies völlig analog zu dem konstanten Spannungsgefälle pro cm in einem stromdurchflossenen metallischen Leiter von konstantem Querschnitt.

Charakteristik.

Natürlich muß sich das Spannungsgefälle/cm ändern, sobald sich der Querschnitt ändert; dies tritt ein, sobald sich der Strom ändert. Wächst der Strom, so tritt eine Verbreiterung des Lichtbogenbandes ein. Die maximale, im Zentrum des Lichtbogens auftretende Temperatur ist wesentlich bestimmt durch den Wirkungsgrad der vom Strome zugeführten Wärme zu der durch Wärmeleitung abgeführten. Die erstere ist proportional dem Volumen, die andere aber der Oberfläche des Lichtbogenbandes. Man erkennt, daß dies Verhältnis mit zunehmendem Querschnitt wächst, d. h. daß bei größeren Stromstärken höhere maximale Temperaturen erreicht werden können. Bei höherer Temperatur ist aber auch die Leitfähigkeit größer, so daß die Spannung sinken kann.

Mittlere Stromdichte.

Die Messungen der Stromdichte aus der Breite des Lichtbogenbandes ergeben nur einen Mittelwert für die Leitfähigkeit,

da diese über den Querschnitt entsprechend der Temperaturverteilung noch variiert. Es kann auch für diesen Mittelwert das Ohmsche Gesetz nicht genau gelten, weil, wie eben auseinandergesetzt, die maximale Temperatur des Lichtbogens mit der Stromstärke wächst. Hiernach muß also bei kleinen Stromstärken der Mittelwert der Leitfähigkeit kleiner sein als bei großen Stromstärken und das folgt auch aus den Messungen, die das Resultat

$$\alpha = 0,26 + \frac{17,3}{F}$$

ergeben; F ist ja bei kleinen Stromstärken groß und umgekehrt.

Die Abhängigkeit der Charakteristik vom Gase ist nach der vorliegenden Auffassung natürlich wesentlich durch die Ionisierungsspannung und die Wärmeleitfähigkeit des Gases bestimmt. Hieraus folgt z. B., daß für O die Charakteristik höher liegen muß als für N, da beide nahezu dieselbe Wärmeleitfähigkeit haben, aber für O die Ionisierungsspannung 9, dagegen für N = 7,5 ist. Man versteht auch, weshalb Luft dieselbe Charakteristik hat wie N, da infolge der niedrigeren Ionisierungsspannung in der überwiegenden Mehrzahl N-Moleküle ionisiert werden. Ferner ist klar, weshalb H ein so außerordentlich hohes Spannungsgefälle/cm besitzt. Denn erstens ist die Ionisierungsspannung 11 Volt, vor allem aber ist die Wärmeleitfähigkeit ungefähr 10mal so groß als bei den anderen Gasen, so daß entsprechend der großen, nach außen weggeführten Wärmemenge eine große elektrische Energie zugeführt werden muß. Bei Wasserdampf sind die Verhältnisse anscheinend komplizierter, da wenigstens in dem Stadium mit leuchtendem Band H und O dissoziiert und ionisiert sind, wie die spektrale Untersuchung zeigt, während für den Wärmetransport nach außen wohl die Wärmeleitfähigkeit des Wasserdampfes in Frage kommt.

Druckabhängigkeit.

Eine wichtige Bestätigung der vorliegenden Anschauung scheint mir in dem Verhalten der Lichtbögen bei veränderlichem Druck zu liegen. Die Theorie würde folgendes verlangen: In die Formel für die Leitfähigkeit gehen die vom Druck abhängigen Größen, nämlich die Teilchenzahl N und die freie

Weglänge l in ihrem Produkt $N \cdot l$ ein. Dies ist aber unabhängig vom Druck. Folglich muß auch die Leitfähigkeit bei abnehmendem Druck zunächst konstant sein, zumal da bekanntlich auch die Wärmeleitfähigkeit der Gase vom Druck bis zu sehr niedrigen Werten unabhängig ist. Leider liegen über die Druckabhängigkeit der Charakteristik noch keine genauen Messungen vor. Doch zeigen folgende von Child angegebenen Werte der Spannung/cm bei demselben Strom, aber für verschiedene Drucke, daß diese Bedingung erfüllt ist.

p in mm Hg	V/cm
730	23,4
30	22,4
2	13,3

Also in dem weiten Druckintervall von 730 bis 30 mm ändert sich die Leitfähigkeit fast gar nicht. Andererseits stellte Child auch fest, daß die Temperatur des Bogens sich anscheinend kaum geändert hatte, was durchaus der vorliegenden Auffassung entspricht.

Natürlich muß bei ganz niedrigen Drucken ein Moment kommen, wo das Verhalten der Gase ganz anders wird, nämlich dann, wenn die freie Weglänge allmählich so groß wird, daß auf ihr die Ionisierungsspannung nahezu durchlaufen werden kann. Es wird sich dann ein allmählicher Übergang vom Lichtbogenphänomen zur reinen Stoßionisation ausbilden. Sobald der Druck so tief gesunken ist, daß auf der freien Weglänge ein erheblicher Bruchteil der Ionisierungsspannung durchlaufen wird, wird durch Addition der Temperaturgeschwindigkeit und der im elektrischen Felde erreichten, in Richtung des elektrischen Feldes die Zahl der ionisierenden Zusammenstöße wachsen. Je mehr dieser Zustand zunimmt, um so mehr kann die Temperatur, die bisher für die Ionisierung allein maßgebend war, abnehmen, und damit wird natürlich auch die Spannung/cm abnehmen, da nicht mehr eine so große Energiezufuhr zur Aufrechterhaltung der geringeren Temperatur nötig ist. In diesem Stadium befindet man sich anscheinend bei 2 mm Druck. Auch hier kann, wie eine einfache Rechnung zeigt, noch keine reine Stoßionisation vorliegen. Ich möchte vielmehr vermuten, daß auch für den Stromtransport in der positiven Säule der Glimmentladung der zuletzt geschilderte Zustand ausschlaggebend ist.

Zur experimentellen Prüfung der im Vorstehenden aufgestellten Lichtbogentheorie müßte man folgendes Experiment anstellen: Ein z. B. in ein Quarzrohr eingeschlossenes Gas wird von außen mit einem elektrischen Ofen erhitzt und es werden in ihm Elektronen erzeugt, z. B. durch eine Glühkathode oder einen anderen Ionisator (Röntgenstrahlen, radioaktive Strahlen). Es wird mit einer unselbständigen Strömung die Leitfähigkeit des Gases gemessen als Funktion der Temperatur. Außerdem müßte man versuchen festzustellen, wie schnell die Leitfähigkeit abnimmt, wenn die Wirkung des Ionisators aufhört.

Außer beim Lichtbogen scheint mir auch bei einigen anderen Erscheinungen die Temperaturionisation eine Rolle zu spielen. Ich möchte vermuten, daß die Leitfähigkeit der Flammen durch die Stoßionisierung der mit ungeordneten Geschwindigkeiten bewegten Elektronen zustande kommt. Ferner scheint mir das elektrische Verhalten der Nernststifte sofort erklärt, wenn man dem Material eine Ionisierungsspannung zuschreibt. Der Verlauf der Charakteristik ist ja völlig analog der eines Lichtbogens, der einzige Unterschied ist der, daß der Querschnitt des Nernststiftes konstant ist.

Zusammenfassung.

1. Es werden die Charakteristiken sehr langer Gleichstromlichtbögen zwischen verschiedenen Elektroden in Luft, Stickstoff, Sauerstoff, Kohlensäure, Wasserstoff und Wasserdampf gemessen. Die Messungen zeigen, daß für den Verlauf der Charakteristik das Gas ausschlaggebend ist, während das Elektrodenmaterial keinen wesentlichen Einfluß hat.

2. Die Ayrtonsche Formel gibt den Verlauf in allen den Fällen gut wieder, bei denen in der Mitte des Bogens ein scharf begrenztes Band zu sehen ist. Als numerisches Resultat ergibt sich in diesen Fällen:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Luft} \dots\dots\dots \\ \text{Stickstoff} \dots\dots\dots \\ \text{Kohlensäure} \dots\dots\dots \\ \text{Wasserstoff} \dots\dots\dots \\ \text{Wasserdampf} \dots\dots\dots \end{array} \right\} V \cdot i = \begin{array}{l} 32,6l + 62i + 11,4li \\ -90 + 73l + 80i + 11,7l \cdot i \\ 180 + 222l + 290li \\ 185l + 200i + 10l \cdot i \end{array}$$

3. Sondenmessungen im Luftlichtbogen ergeben das Resultat, daß das Potentialgefälle/cm längs des Lichtbogens in

allen Teilen der positiven Säule dasselbe ist, und zwar unabhängig von der Länge, mit zunehmender Stromstärke längs einer Hyperbel abnehmend. Kathoden- und Anodenfall werden direkt gemessen. Der Kathodenfall ist unabhängig von Länge, Stromstärke und nahezu auch dem Elektrodenmaterial, und hat die Größe von 20 Volt. Der Anodenfall ist unabhängig von der Länge des Bogens, nimmt aber mit zunehmender Stromstärke im Intervall von 0,1—3 Amp. von 150 bis zu 30 Volt ab, wobei der Verlauf etwas vom Elektrodenmaterial abhängt.

4. Im Kohlendioxidbogen wird durch Querschnittsmessung die Stromdichte bestimmt und gezeigt, daß sie mit zunehmender Feldstärke linear wächst.

5. Schließlich wird eine Theorie über die Art des Leitungsvorganges im Lichtbogen aufgestellt, deren Grundgedanke die Stoßionisierung durch solche Elektronen ist, deren ungeordnete Temperaturgeschwindigkeit oberhalb des zur Ionisierung nötigen Betrages liegt. Unter Zuhilfenahme bestimmter Hypothesen über den Einfluß der Strahlung auf die Leitfähigkeit und über die Art der Wiedervereinigung gestattet die Theorie wenigstens der Größenordnung nach die beobachteten Leitfähigkeiten zu berechnen. Qualitativ lassen sich verschiedene Erscheinungen, z. B. die Begrenzung des Lichtbogenquerschnittes, Verlauf und Lage der Charakteristik in verschiedenen Gasen, Druckabhängigkeit der Charakteristik durch diese Theorie zwanglos erklären.

Die vorstehende Arbeit wurde im Institut für angewandte Elektrizität zu Göttingen ausgeführt. Dem Leiter des Institutes, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. H. Th. Simon, verdanke ich die Anregung zu dieser Arbeit und bin ihm für das stete fördernde Interesse und die bereitwillige Überlassung der für die Durchführung notwendigen großen Mittel zum größten Danke verpflichtet.

Für zahlreiche fördernde Ratschläge bei der experimentellen Ausführung schulde ich dem früheren Assistenten des Institutes, Herrn Dr. H. Busch, aufrichtigen Dank, ebenso Herrn Dr. Born für wertvolle Unterstützung im theoretischen Teil der Arbeit.

(Eingegangen 16. März 1915.)

2. Die Elastizität einiger Metalle und Legierungen bis zu Temperaturen, die ihrem Schmelzpunkt nahelegen;

von K. R. Koch u. C. Dannecker.¹⁾

A. Torsionselastizität.

Trotzdem bereits eine große Zahl von Untersuchungen über die Änderung der Elastizitätsmoduln der Metalle mit der Temperatur vorliegen (die ausführlichen Literaturangaben vgl. Winkelmann, Handbuch I, p. 564; von späteren [nach 1908 erschienenen] Arbeiten nennen wir, ohne auf Vollständigkeit Anspruch zu machen, solche von Grüneisen, Guthe und Sieg, Guye und Wölflé, Horton, Meissner, Slotte, Walker, Wassmuth u. a.), fehlt es an Untersuchungen über das Verhalten bei solchen Temperaturen, die dem Schmelzpunkt (bzw. Erweichungspunkt) des Materials nahe liegen. Wegen der interessanten theoretischen Beziehungen gewisser Konstanten der Körper bei sehr tiefen Temperaturen sind die elastischen Werte bei diesen Temperaturen für einige Körper schon von der Forschung in den Kreis der Betrachtungen gezogen; jedoch auch bei höheren Temperaturen, in der Nähe des Schmelzpunktes also des Übergangspunktes in den flüssigen Zustand, dürften interessante Verhältnisse, wenn auch von komplizierterer Natur, vorliegen und zu erwarten sein, und so erschien es uns für künftige theoretische Überlegungen nicht überflüssig zu sein, auch bei solch hohen Temperaturen die Änderung der elastischen Eigenschaften fester Körper zunächst für einige Metalle und Legierungen festzustellen.

Es werden offenbar nicht geringe Schwierigkeiten hierbei zu überwinden sein; denn die große Deformationsfähigkeit der Materialien bei solchen Temperaturen scheint von vorn-

1) Diese Untersuchung wurde mit Unterstützung des Fonds der Robert-Bosch-Stiftung ausgeführt.

herein ein einwurffreies Resultat nahezu illusorisch zu machen. Zunächst wurde die Bestimmung des Torsionsmoduls einer Reihe von Metallen wie von Legierungen bei Temperaturen bis in die Nähe ihrer Schmelzpunkte ausgeführt.¹⁾

Es ist klar, daß hierbei alle statischen Methoden versagen werden, was auch orientierende Vorversuche ergaben; wie weit es uns nun gelungen ist, mit dynamischen Methoden jene Schwierigkeiten zu überwinden, mögen die nachfolgend beschriebenen Untersuchungen und ihre Resultate zeigen.

Zur Bestimmung des Torsionsmoduls wählten wir als bequemste Methode die der Coulombschen langsamen Schwingungen; ihre Anwendung bietet noch einen weiteren Vorteil. Wenn nämlich bei der Einleitung der Schwingungen durch die erste Ablenkung aus der Gleichgewichtslage auch eine Überschreitung der Elastizitätsgrenze stattgefunden hat, so wird bei den nun folgenden Schwingungen von einer solchen nicht mehr die Rede sein; es wäre somit diese unangenehme Fehlerquelle hierdurch überwunden.

Ein Apparat, mit dem derartige Versuche angestellt werden sollen, hat eine Reihe von Bedingungen zu erfüllen, die hier zunächst kurz aufgeführt sein mögen.

1. Die Drähte werden bei der Ausdehnung der Versuche bis nahe zum Schmelzpunkt des Materials in vielen Fällen auf Temperaturen zu erwärmen sein, bei denen der Glühzustand eintritt. Um nun Oxydationen und damit mögliche Querschnittsänderungen zu verhindern, ist der Sauerstoff der Luft fern zu halten. Bei den anfänglichen Versuchen wurden deshalb die Drähte in einer Stickstoffatmosphäre untersucht; jedoch führte dies Verfahren nicht zu ganz befriedigenden Resultaten; es gelang in dem benutzten Apparat nicht, den Sauerstoff ganz zu entfernen, so daß bei den hohen Temperaturen trotz kontinuierlicher Zufuhr von käuflichem Stickstoff, doch immer eine nicht unerhebliche Oxydation der Oberfläche der untersuchten Drähte, soweit ihr Material hierzu neigte, stattfand. Deshalb wurden die Hauptversuche in einem auf einige Millimeter Quecksilberdruck evakuierten größeren Raum (Metallkasten) ausgeführt, in welchem der Rest Sauerstoff eventuell

1) Untersuchungen über den Dehnungsmodul bei diesen hohen Temperaturen sind im Gange.

durch galvanisch zum Glühen gebrachte Eisendrähte fortgeschafft werden konnte.

2. Da der Versuchsapparat in dem Kasten luftdicht eingeschlossen war, so war eine Vorrichtung notwendig, um die Torsionsschwingungen von außen her einzuleiten; dies geschah auf elektromagnetischem Wege.

3. Es mußte die Möglichkeit gegeben sein, die Torsionsschwingungen sowie etwaige Dimensionsänderungen der Drähte während der Untersuchung zu beobachten.

4. Die Drähte mußten auf bestimmte Temperatur zu bringen und zu erhalten sein, und es mußte möglich sein, die Temperatur zu messen und, bei unregelmäßiger Temperaturverteilung, diese letztere auf dem Draht festzustellen.

Um diese Bedingungen zu erfüllen, war der definitive Apparat folgendermaßen eingerichtet:

In einem geräumigen (Höhe 65,5 cm, Breite 39 cm, Tiefe 15 cm im Lichten) Kasten aus Messing (innen soweit nötig verzinkt) von nachstehender Form (Fig. 1) mit Deckel *D* war an letzterem eine Klemmvorrichtung (Klemme *K*) angebracht, um den Draht an seinem oberen Ende festzuhalten. Mit seinem unteren Ende war der Draht in einen Kupferstab *C* geklemmt; dieser trug einen Spiegel *Sp* zur Beobachtung der Schwingungen, und einen Querstab *Q*, an dessen Enden zwei Zylinder C_1C_2 aus weichem Eisen angebracht waren, um erstens dem Trägheitsmoment eine richtige Größe zu geben; sie hatten aber zweitens noch die Aufgabe, das System in die gewünschten Torsionsschwingungen zu versetzen, indem durch zwei unter dem Boden des Kastens angebrachte verstellbare Elektromagnetpaare E_1E_2 (vgl. auch Fig. 2) passende ablenkende Kräfte auf C_1 und C_2 ausgeübt werden konnten. Der Schaft des Trägheitssystems (der Kupferstab) war an seinem Ende amalgamiert und tauchte in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß *G*. Der Deckel *D* und der obere Rand des Kastens waren aufeinander abgeschliffen; durch Zwischenlagerung von öldurchtränkter Asbestpappe und entsprechendes Anziehen der Schrauben *Sch* konnte eine recht gute Dichtung erreicht werden. Für die Beobachtungen (der Schwingungsdauer, der Dimensionsänderungen usw.) waren mehrere runde durch dickes Spiegelglas geschlossene und mit Gummiringen gedichtete Öffnungen O_1O_2 in den Wandungen angebracht.

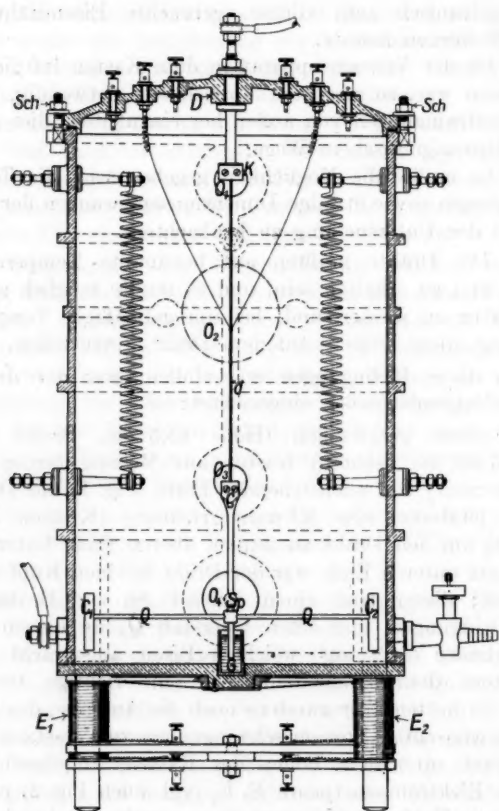


Fig. 1.

Trotz dieser vielen und großen Dichtungsflächen gelang es doch durch eine mit Motor betriebene kontinuierlich wirkende Ölluftpumpe (Pfeiffer, Wetzlar), ein verhältnismäßig gutes Vakuum von 1–2 mm (im Mittel 1,3 mm) Quecksilberdruck während der Beobachtungen dauernd zu erhalten.

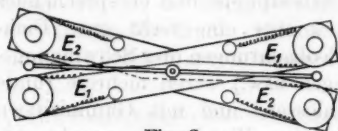


Fig. 2.

Schon wegen der oben

angegebenen Dimensionen des Apparates war es untunlich, ihn als ganzen auf die erforderlichen hohen Temperaturen zu bringen; wir verfahren deshalb so, daß wir vermittels Anschluß an *K* und *G* durch den Draht einen Strom sandten und ihn damit auf die gewünschte Temperatur brachten. Da aus den Untersuchungen von N. Streintz (Diese Ann. **150**. p. 380) bekannt ist, daß die elastischen Eigenschaften durch den Durchgang des Stromes selbst nicht geändert werden, sondern nur durch die dabei auftretende Erwärmung, bestand kein prinzipielles Bedenken dagegen. Allerdings findet an den Enden des Drahtes durch die Klemme *K* und den Schaft *C* des Trägheitsmomentapparates ein bedeutender Abgang von Wärme durch Wärmeleitung statt, und damit entsteht auf dem Draht von der Mitte aus nach beiden Seiten ein Temperaturgefälle, das um so stärker sein wird, je grösser die Wärmeleitungsfähigkeit des untersuchten Drahtes und je geringer sein Strahlungsvermögen ist.

Um nun für jede Temperatur den zugehörigen Torsionsmodul zu bestimmen, ist es offenbar notwendig, die Temperaturverteilung auf dem ganzen Draht mit der nötigen Genauigkeit zu kennen; wie wir dabei vorgegangen sind und durch welche Überlegungen wir durch ein Näherungsverfahren diese Temperaturen bestimmt haben, wird weiter unten auseinandergesetzt werden.

Nachdem der Draht durch eine Vorbehandlung (gewöhnlich in Ausglühen in freier Luft verbunden mit leichter Streckung bestehend) hinreichend gerade gerichtet war, wurde vermittels feinen Schmirgelpapiers die etwa gebildete Oxydschicht, wenn notwendig, entfernt und seine Dicke mit einer Mikrometerschraube an sechs je 7 cm auseinander liegenden Stellen gemessen, indem je *drei Doppelmessungen* an drei je 60° gegeneinander geneigten Durchmessern ausgeführt wurden. Die Länge des Drahtes wurde in der Regel mit dem Kathetometer bestimmt, ebenso die bei der Temperaturerhöhung auftretende bleibende oder durch die Temperaturerhöhung bewirkte Verlängerung des Drahtes; eine Genauigkeit auf 0,1 mm war hierbei leicht zu erreichen. Tritt nun bei den höheren Temperaturen eine (bleibende) Verlängerung des Drahtes ein, so wird sich hierdurch auch die Dicke etwas

ändern. Alle diese kleinen Korrekturen wurden bei der definitiven Berechnung des Torsionsmoduls jeweils berücksichtigt.

Die Bestimmung des Trägheitsmomentes des benutzten Systems geschah nach der Gauss'schen Methode durch Bestimmung der Schwingungsdauer mit und ohne Belastung und ergab sich für das System mit dem die definitiven Messungen gemacht wurden zu

$$J = 41622 \pm 50 \text{ [gr/cm}^2\text{]}.$$

Die Bestimmung der Schwingungsdauer geschah in der gewöhnlichen Weise, solange die Dämpfung der Schwingungen nicht groß war; bei erhöhter Temperatur wird dieselbe aber beträchtlich und störend; hier konnte man dann nicht anders verfahren, als die Schwingungen zu zählen und den Beginn der ersten gezählten und der n ten mit der Stoppuhr festzustellen und dieses Zeitintervall durch die Anzahl der Schwingungen zu dividieren.

Die Ausschlagswinkel wurden nicht über ca. $5-6^\circ$ genommen, betrugen jedoch meistens nur $2-3^\circ$; auf die Länge der Schwingungsdauer haben die Amplituden der Torsionsschwingungen allerdings bekanntlich keinen Einfluß. Aber wir blieben bei der Anwendung so geringer Erstamplituden in den meisten Fällen, um auch für diese möglichst innerhalb der Elastizitätsgrenze zu bleiben. Einen gewissen Einfluß auf die Schwingungsdauer hat die Dämpfung, bekanntlich ist:

$$T = \tau \sqrt{1 + \frac{A^2}{\pi^2}}^1);$$

deshalb wurde dieselbe bei jeder Messung durch einen besonderen Versuch bestimmt. Die Korrektur war allerdings so gering, daß sie füglich vernachlässigt werden konnte. Die regelmäßig nach jeder Schwingungsbeobachtung angestellte Messung der Dämpfung ergab aber auch an sich eine interessante Beziehung zur Temperatur, die in den unten gegebenen Tabellen und Kurven dargestellt ist.

Von größter Wichtigkeit sind offenbar die Bestimmungen der Temperatur der Drähte. Es handelt sich um die Messung von Temperaturen, die von Zimmertemperaturen beginnend

1) Wenn A das logarithmische Dekrement ist.

bis zu denen der Schmelzpunkte des Platins und Palladiums reichen. Die thermometrische Vorrichtung darf nun weder die Temperaturverteilung auf den Drähten merklich ändern, noch darf sie die Schwingungen des Systems stören. Es ist klar, daß es kaum möglich sein wird, durch eine einzige Vorrichtung und in einem einzigen Versuch diesen Bedingungen gerecht zu werden. Wir verwandten zur Temperaturmessung anfänglich das optische Pyrometer nach Holborn und Kurlbaum, wenigstens zur Messung der hohen und höchsten Temperaturen; es war aber nahezu unmöglich, direkt mit hinreichender Genauigkeit festzustellen, wann die Strahlung des in der Regel nur ca. 1,5 mm dicken Drahtes die gleiche war wie die der Spitze des Kohlenfadens der Vergleichsglühlampe im Pyrometer. Wir mußten vielmehr den glühenden Draht sich auf ein ebenfalls galvanisch glühend gemachtes Platinblech projizieren lassen und letzteres durch Stromsteigerung so weit erhitzen, bis der zu untersuchende Teil des Drahtes auf ihm in bekannter Weise optisch verschwand, und dann vermittels der Glühlampe des Pyrometers die Temperatur der benutzten Stelle des glühenden Bleches bestimmen; hierbei ließ sich nun aber leicht konstatieren — was man ja auch ohne weiteres einsieht —, daß durch das glühende Platinblech die Temperatur und namentlich die Temperaturverteilung auf dem Untersuchungsdraht geändert wurden. Außerdem werden die Strahlungskonstanten der verschiedenen Materialien, je nachdem ihre Strahlung zu der des absolut schwarzen Körpers sich verhält, verschieden sein, zumal, wenn eine, wenn auch geringe Oxydation während des Versuches statthat; alles dies wird die Temperaturbestimmungen nach dieser Methode unsicher, wenn nicht unmöglich, machen. Wir benutzten deshalb diese Methode nur aushilfsweise bzw. zur rohen Kontrollierung unserer in anderer Art ausgeführten Temperaturmessungen.

Wir verfahren nun so, daß wir dünnadrähtige Thermolemente vermittels feiner (0,1 mm) Nickel- oder Platin-drähte an die zu untersuchenden Drähte festbanden. Die Drähte dieser Thermolemente (Eisen-Konstantan und für höhere Temperaturen Platin-Platinrhodium) waren nur 0,2 mm dick, um möglichst geringen Wärmeabfluß vom untersuchten Draht zu verursachen und mithin die Temperaturverteilung

auf ihm möglichst wenig zu stören. Die Thermoelemente werden natürlich eine etwas niedrigere Temperatur besitzen als die Stelle des Drahtes, an der sie sich befinden; denn durch das einfache „Anbinden“ wird ihre Berührung mit dem Draht keine sehr innige sein. Um zu einer Schätzung der Größe dieses Fehlers zu gelangen, stellten wir einen besonderen Versuch an, indem wir an Stelle des Drahtes ein Rohr (äußerer Durchmesser 4,5 mm, innerer 4,0 mm) benutzten; an einer Stelle desselben waren sowohl im Innern des Rohres wie außen je zwei Thermoelemente angebracht. Wurde nun das Rohr (es bestand aus Neusilber) durch einen hindurchgesandten Strom erwärmt, so zeigten die inneren Thermoelemente

bei der Temp. von 200° C eine um 4° höhere Temp.

„ „ „ „ 400° C „ „ 9° „ „

„ „ „ „ 600° C „ „ 12° „ „

„ „ „ „ 800° C „ „ 18° „ „

so daß bei weiterer Extrapolation bei 1000° C sich eine um ca. 25° höhere Temperatur ergeben würde. Dieses Ergebnis wird bestätigt durch eine Vergleichsmessung an einem Platindraht, dessen Temperatur einestheils durch ein angebundenes Thermoelement (geeichtes Platin-Platinrhodium-Element), anderenteils durch ein optisches Pyrometer (in diesem Fall ein geeichtes Wanner-Pyrometer¹⁾) gemessen wurde. Es wurde bei einer solchen Messung gefunden:

Temperatur nach dem Thermoelement	Temperatur nach dem Wanner-Pyrometer	Differenz ²⁾
1003	1010	7
1098	1130	32
1208	1230	22
1300	1360	60
1398	1440	42
1487	1585	98
1577	1685	108
1610	1720	110

1) Die oben erwähnten Fehler der optischen Messungen werden sich hier weniger störend bemerkbar machen, da das Platin nicht oxydiert, sondern blank bleibt und die Strahlungskonstante für blankes Platin bekannt ist.

2) Die obigen Zahlen sind die einer Messungsreihe; bei der Schwierigkeit solcher Messungen ist die Unregelmäßigkeit der Zahlen der Differenzreihen nicht auffallend. Sie zeigen aber deutlich eine steigende Tendenz ihrer Werte mit höheren Temperaturen.

Bei der vom Wanner-Pyrometer gegebenen Temperatur von 1720° fand der Bruch durch Abschmelzen statt; aber nicht an der beobachteten Stelle, an der das Thermoelement angebracht war, sondern einige Zentimeter davon. An dieser Stelle war offenbar die wahre Schmelztemperatur von 1750° C nahe erreicht. Hieraus muß man zweierlei schließen:

1. Das Thermoelement gibt wegen der nicht ganz innigen Berührung mit dem Draht eine zu niedere Temperatur an; ein Fehler, der mit Erhöhung der Temperatur zunimmt und natürlich von der Art des Anbindens abhängig ist.

2. Das Thermoelement leitet auch Wärme ab, wodurch die Temperatur an der betreffenden Stelle des Drahtes nicht unwesentlich erniedrigt wird; denn während einige Zentimeter von dieser Stelle entfernt die Temperatur der Schmelzpunkttemperatur von 1750° nahe gewesen ist, betrug nach dem Wanner-Pyrometer die Temperatur der Stelle, an der das Thermoelement anlag, nur 1720° C.

Hieraus geht hervor, daß jede durch das Thermoelement angegebene Temperatur etwas zu niedrig ist; bei der erwähnten hohen Temperatur von $1700-1750^{\circ}$ um ca. 7 Proz. Wir glauben, daß es bei Berücksichtigung dieser Fehlerquelle aber doch möglich ist, die Temperatur der Stelle des Drahtes, an der das Thermoelement befestigt ist, auf einige Prozent genau anzugeben.

Eine weitere Schwierigkeit für die Temperaturbestimmung des Drahtes bietet das Temperaturgefälle von der Mitte nach den beiden Enden (Klemmen), die selbst (wegen ihres großen Querschnittes) nur unwesentlich über die Umgebungstemperatur durch den Strom erwärmt werden. Um mithin zu einem richtigen Werte einer (quasi mittleren) Temperatur des untersuchten Drahtes zu gelangen, muß die Temperaturverteilung auf ihm genügend bekannt sein; die Ermittlung der verschiedenen Temperaturen an den verschiedenen Stellen des Drahtes kann offenbar durch Anbringung einer hinlänglichen Zahl von Thermoelementen erfolgen. Wenn dies jedoch während jeder Bestimmung der Schwingungsdauer des tordierten Drahtes geschehen sollte, so würde hierdurch eine neue Fehlerquelle von nicht kontrollierbarer Größe eingeführt werden, da die Schwingungs- und Dämpfungsbeobachtungen durch die angebundenen Thermoelemente gefälscht werden dürften.

Wir verfahren deshalb so, daß bei der Beobachtung der Schwingungsdauer und bei den Dämpfungsmessungen nur je ein Thermoelement in der *Mitte* des Drahtes angebracht war, das nur ganz unwesentlich auf die Größe der Schwingungsdauer und Dämpfung Einfluß haben konnte; dieses Thermoelement gab dann nach Anbringung der nötigen (vgl. p. 204—205) Korrekturen die Temperatur der *Mitte* des Drahtes. Für die Bestimmung der Temperaturverteilung wurden an dem Draht, in gewissen Abständen nach den Enden zu, weitere Thermoelemente (gewöhnlich in der unmittelbaren Nähe der Zuleitungsklemmen je eines und dazwischen nach der Mitte zu noch zwei weitere) angebracht, so daß die ganze Länge

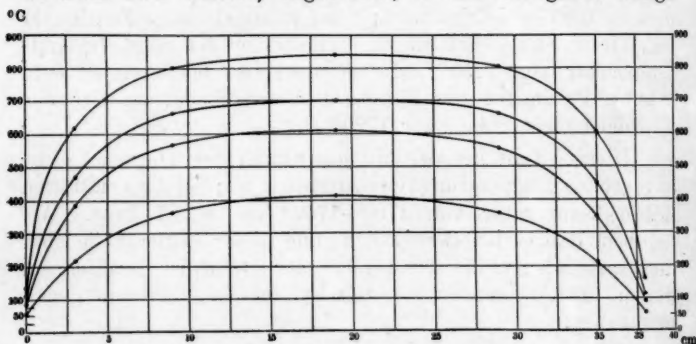


Fig. 3.

des Drahtes mit sieben Thermoelementen besetzt war. Es wurde nun durch entsprechendes Verstärken des Stromes die Temperatur so geregelt, daß das Thermoelement der Mitte die jeder Beobachtung bei der Elastizitätsmodulbestimmung entsprechende Temperatur anzeigte und nun mittels der übrigen Thermoelemente die zu dieser Temperatur der *Mitte* gehörige Temperaturverteilung bestimmt; da diese Messungen, um die Temperaturverteilung zu finden, möglichst unter denselben Umständen wie die Elastizitätsmessungen angestellt wurden (Draht von gleichem Material, gleicher Druck im Kasten usw.), so wird die Annahme gerechtfertigt erscheinen, daß die so bestimmte Temperaturverteilung auch bei der Bestimmung des Torsionsmoduls selbst nahe die gleiche war. So wurden für eine gewisse Zahl von *Mittentemperaturen* des

Drahtes die zugehörigen Temperaturverteilungen auf ihm festgestellt und graphisch auf Koordinatenpapier aufgetragen. In Fig. 3 sind einige der für Platin gefundenen Kurven gezeichnet; für jede dazwischen liegende Mittentemperatur (z. B. 700° in der Fig. 3) ist es dann durch graphische Interpolation leicht, die entsprechende Temperaturverteilung zu finden.

Die nächste Aufgabe ist die, mit Hilfe der Temperaturverteilungskurven den zu einer bestimmten Temperatur gehörigen Elastizitätsmodul zu finden.

Der Weg sei im folgenden beschrieben: Um das Verfahren klar zu stellen, möge zunächst folgende Aufgabe behandelt werden.

Gegeben sei die Abhängigkeit des Torsionskoeffizienten φ (der statt des Torsionsmoduls $F = 1/\varphi$ der Bequemlichkeit halber eingeführt sei) von der Temperatur, nämlich $\varphi = \Phi(t)$. Aus dem Material, dem diese Gleichung zukommt, denken wir uns einen Draht hergestellt, dessen Länge L und dessen Halbmesser r sei. Der Draht werde ungleichmäßig erwärmt. Die Temperatur in irgendeinem Punkte des Drahtes ist dann abhängig erstens von der Lage des Punktes und zweitens von der Gesamterwärmung des Drahtes. Letztere können wir charakterisieren durch die (maximale) Mittentemperatur ϑ . Somit bekommen wir die Gleichung $t = f(l, \vartheta)$. Für den ungleichmäßig erwärmten Draht bestimme man nun den durch ein beliebiges Drehmoment D , bei der konstanten Mittentemperatur ϑ hervorgebrachten Ablenkungswinkel α .

Man bekommt ihn aus der Formel:

$$\alpha = \frac{\varphi D L}{2 \pi r^4},$$

hier bezogen auf ein Drahtelement:

$$d\alpha = \frac{\varphi D dl}{2 \pi r^4}$$

$$\alpha = \frac{D}{2 \pi r^4} \int_0^L \varphi dl,$$

also, da $\varphi = \Phi(t)$ und $t = f(l, \vartheta)$ ($\vartheta = \text{konst. im Gegensatz zum veränderlichen } \vartheta$):

$$(1) \quad \alpha = \frac{D}{2\pi r^4} \int_0^L \Phi(f(l, \Theta)) dl.$$

Würden wir statt der Funktion $\Phi(t)$ die Funktion $\Phi(\vartheta)$ (d. h. den Torsionskoeffizienten abhängig von der Mitten-temperatur) als bekannt voraussetzen, so würde man unter den gleichen Annahmen wie oben (gleiches D und Θ) erhalten:

$$(2) \quad \alpha = \frac{D}{2\pi r^4} \cdot \Phi(\Theta) \cdot L.$$

Damit wäre die zunächst angenommene Aufgabe gelöst.

Man kann nun die in (1) und (2) erhaltenen α einander gleichsetzen und erhält:

$$\Phi(\Theta) \cdot L = \int_0^L \Phi\{f(l, \Theta)\} dl$$

$$\Phi(\Theta) = \frac{1}{L} \int_0^L \Phi\{f(l, \Theta)\} dl$$

oder in Worten: Der Wert $\Phi(\Theta)$ läßt sich durch Rechnung finden, wenn $\varphi = \Phi(t)$ und $t = f(l, \Theta)$ bekannt sind. Ist gleichzeitig auch ein aus der Beobachtung stammender Wert bekannt, dann müssen beide Werte übereinstimmen.

In dem uns vorliegenden Fall war jedoch nicht $\varphi = \Phi(t)$ gegeben und $\Phi(\Theta)$ gesucht, sondern aus den Beobachtungen war $\varphi = \Phi(\vartheta)$ und $t = f(l, \vartheta)$ bekannt und $\varphi = \Phi(t)$ gesucht.

Man kann deshalb folgendermaßen vorgehen:

Man verwendet bei der Integration an Stelle der unbekannten Funktion $\Phi(t)$ die bekannte beobachtete Funktion $\Phi(\vartheta)$, in der Annahme, daß sie näherungsweise $\Phi(t)$ entspricht. Selbstverständlich kann nun das Resultat der Integration nicht $\Phi(\Theta)$ sein, wie das bei Verwendung der richtigen Kurve $\varphi = \Phi(t)$ der Fall wäre, sondern da die Ordinaten $\Phi(\vartheta)$ durchweg kleiner sind als die von $\Phi(t)$, so wird auch für $\Phi(\Theta)$ ein zu kleiner Wert erscheinen. Das gleiche ist der Fall für eine Berechnung bei weiteren Mitten-temperaturen $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ usw., kurz, es entsteht eine neue Kurve $\varphi = \Phi_1(\vartheta)$, die durchweg unter der Kurve $\varphi = \Phi(\vartheta)$ läuft. Würde man nun eine neue Kurve $\varphi = \Phi_2(\vartheta)$ zeichnen, ebenso-

viel über $\Phi(\vartheta)$ liegend, wie $\Phi_1(\vartheta)$ unter $\Phi(\vartheta)$ liegt, so könnte man jetzt die Integration für Θ_1, Θ_2 usw. wiederholen, indem man an Stelle des nicht bekannten $\Phi(t)$ nicht mehr $\Phi(\vartheta)$, sondern das eben gefundene $\Phi_2(\vartheta)$ verwendet. Das Resultat würde eine neue Kurve $\Phi_3(\vartheta)$ sein, die von $\Phi(\vartheta)$ viel weniger abweicht als $\Phi_1(\vartheta)$. Durch Fortsetzung des Verfahrens kommt man zu $\Phi_n(\vartheta)$, identisch mit $\Phi(\vartheta)$. Dies ist aber nur möglich, wenn das bei der letzten Integration verwendete $\Phi_{n-1}(\vartheta)$ den wirklichen Werten $\Phi(t)$ entspricht; in $\Phi_{n-1}(\vartheta)$ hat man also $\Phi(t)$ gefunden.

Die Methode scheint umständlich und ist umständlich; doch nicht so sehr, wie man vielleicht glauben möchte, da sich bei der praktischen Ausführung bald mancherlei Vorteile fürs Zeichnen und Rechnen ergeben. Immerhin mag es einfachere Methoden geben. Insbesondere wäre es für eine raschere Annäherung wohl von Vorteil gewesen, nicht die *Mittentemperaturen*, sondern die *mittleren Temperaturen* einzuführen.

Es mag nun zuerst in ausführlicher Weise der Gang einer Bestimmung des Torsionsmoduls, und zwar des Platins hier mitgeteilt werden.

Wir verfahren folgendermaßen:

1. Ausglühen des Drahtes.
2. Dickenmessung (vgl. p. 201): 1,5069 mm und Längenmessung: 37,2 cm.
3. Befestigen des Thermoelementes in der Drahtmitte.
4. Einsetzen des Drahtes in den Kasten und Auspumpen (Druck 1—2 mm Hg).
5. Bestimmung des Torsionsmoduls für bestimmte Mittentemperaturen aus Schwingungsbeobachtungen ($\varphi = \Phi(\vartheta)$).

Dabei ergaben sich die in folgender Tabelle zusammengestellten Werte.

In der Tabelle bedeutet:

- ϑ die Mittentemperatur des Drahtes,
 n die Anzahl der beobachteten Schwingungen, aus denen
 τ als Schwingungsdauer entnommen ist,
 F_0 den aus der Schwingungsdauer bei der Mittentemperatur ϑ
 erhaltenen mittleren Torsionsmodul,
 K das Dämpfungsverhältnis.

ϑ	τ	n	F_ϑ	K
21°	0,654	100	7196	1,0024 ¹⁾
1327	0,918	18—20	3706	1,1915
1214	0,861	24—30	4205	1,1230
1104	0,826	30	4563	1,0981
998	0,787	30	5017	1,0981
905	0,749	30	5535	1,1066
784	0,6975	40	6372	1,0789
698	0,6738	60—70	6820	1,0388
608	0,6637	100	7023	1,0103
502	0,6567	100	7166	1,0016
401	0,6550	100	7199	1,0007
301	0,6535	200	7225	1,00045
194	0,6527	200	7237	1,0006
107	0,6520	200	7246	1,0007
24	0,6520	200	7240	1,0010 ¹⁾

Beobachtet bei abnehmenden
Temperaturen.

6. Nach diesen Beobachtungen folgte wiederum eine Längenmessung, um bleibende Verlängerungen festzustellen. Einer Verlängerung dl entspricht eine Halbmesserverkürzung $dr = rdl/2l$. Dies wird bei Berechnung von F_ϑ berücksichtigt. Es folgt die Fortsetzung der Beobachtungen.

ϑ	τ	n	F_ϑ	K
23°	0,6518	200	7245	1,0008
199	0,6521	200	7248	1,0009
403	0,6547	200	7201	1,0015
528	0,6585	100	7127	1,0037
599	0,6615	100	7065	1,0100
697	0,6723	60—70	6848	1,042
806	0,700	40	6325	1,0947
896	0,739	30	5687	1,1118
1003	0,785	30	5042	1,1061
1098	0,821	32	4616	1,1066
1208	0,855	30	4262	1,1194
1300	0,894	24	3903	1,1443
1398	0,930	20	3614	1,1746
1487	0,958	14	3414	1,226
1577	1,017	7—8	3060	1,475

Beobachtet bei den steigenden
Temperaturen

Bei 1610° nach dem Thermoelement (also ca. 1710° C nach p. 204 u. 205) riß der Draht 6 cm unter der Mitte. Eine Dickenänderung war mit dem Mikrometer nicht nachweisbar.

7. Auf Grund von p. 204 u. 205 werden sämtliche in der Tabelle angegebenen Temperaturen korrigiert. (Graphisch. Dies geschah nur bei Platin und Palladium; bei den meisten

1) Bei Zimmertemperatur.

anderen Materialien blieb man unter 1000°, so daß dort der Fehler nicht sehr in Betracht kam.)

8. Nun wurden F_ϕ und ϕ auf Koordinatenpapier aufgezeichnet. Daraus findet man die folgende Zahlentabelle.

ϕ	F_ϕ	$\varphi_\phi = \frac{1}{F_\phi}$
0°	7240	0,000138
100	7250	138
200	7240	138
300	7220	139
400	7200	139
500	7160	140
600	7040	142
700	6820	147
800	6300	159
900	5600	179
1000	5100	196
1100	4700	213
1200	4370	229
1300	4060	246
1400	3780	265
1500	3560	281
1600	3380	296
1700	3000	333

Die Werte φ_ϕ bzw. die Kurve $\varphi = \Phi(\phi)$ wird mittels des oben (p. 207ff.) angegebenen Verfahrens umgewandelt in die gesuchte Kurve $\varphi = \Phi(t)$.

Auf Grund dieser Korrektur ergaben sich die Schlussergebnisse:

t	φ	F	$K^1)$
0	0,000138	7240	1,001
100	138	7240	1,001
200	138	7240	1,001
300	139	7220	1,001
400	139	7200	1,001
500	141	7110	1,002
600	144	6940	1,024
700	153	6550	1,067
800	1745	5740	1,108
900	196	5110	1,103
1000	2125	4710	1,101
1100	228	4390	1,112
1200	242	4130	1,13
1300	257	3890	1,14
1400	273	3660	1,17
1500	288	3470	1,21
1600	303	3300	1,27
1700	350	2860	über 1,5

1) K wurde korrigiert unter Berücksichtigung der Abhängigkeit zwischen F und K .

Es folgen nun in tabellarischer Form die Resultate für die unten bezeichneten Stoffe.¹⁾ Die Dicke der Drähte betrug immer rund 1,5 mm, ihre Länge rund 380 mm.

1. Aluminium. 26,91 Atomgewicht, Schmelzpunkt 660°. Dicke des Drahtes: 1,510 mm, Länge des Drahtes: 380,0 mm.²⁾

<i>t</i>	<i>F</i>	<i>K</i>
20°	2760	1,003
100	2625	1,012
200	2290	1,049
300	1950	1,092
400	1610	1,20
500	1100	} über 2,0
580	720	

Bei höherer Temperatur wurde der Draht nach der Mitte zu (Stelle der höchsten Temperatur) merklich dünner, so daß weitere Beobachtungen bei höherer Temperatur überflüssig erschienen.

2. Eisen. 55,47 Atomgewicht, Schmelzpunkt ca. 1500°. Dicke des Drahtes: 1,393 mm, Länge des Drahtes: 379,5 mm.

Die bekannten Umwandlungspunkte liegen bei ca. 760°, 850°, 1410°.

<i>t</i>	<i>F</i>	<i>K</i>
20°	8050	1,005
100	7900	1,003
200	7640	1,001
300	7400	1,002
400	7120	1,008
450	6740	1,034
500	6130	1,064
600	4610	1,11
700	3770	1,14
800	2770	1,23
840	2600	1,24
900	3290	1,13
1000	2700	1,19
1100	2220	1,28
1200	1810	1,39

3. Nickel. 58,3 Atomgewicht, Schmelzpunkt 1470°. Dicke des Drahtes: 1,433 mm, Länge des Drahtes: 375,5 mm.

1) Die Schwingungsbeobachtungen wurden meist an zwei oder mehr Stücken vom gleichen Draht gemacht.

2) Bei höheren Temperaturen fand starke Dehnung statt.

Ein Umwandlungspunkt ist bekannt bei ca. 320°.

<i>t</i>	<i>F</i>	<i>K</i>
20°	7300	1,010
60	6500	—
110	6430	—
200	6860	1,006
300	7390	—
350	7300	—
400	7120	1,006
500	6620	1,027
600	6080	1,046
700	5520	1,073
800	4940	1,11
900	4350	1,15
1000	3730	1,20
1100	3150	1,25
1180	2860	—
1200	2900	—
1240	3190	1,22
1300	2480	—

Bemerkenswert erscheint uns die beim Nickel zu beobachtende Abhängigkeit der Dämpfung von der Größe des Ausschlags (vgl. übrigens unten p. 226) sowie eine merkwürdige regelmäßige Verlegung des Nullpunktes der Schwingungen bei jeder Kommutation des Heizstromes bis zu Temperaturen von rund 300°; darüber hinaus verschwindet die Erscheinung. Aus den Werten des Moduls möchte man auf einen weiteren Umwandlungspunkt bei ca. 1250° schließen.

4. Kupfer. 63,12 Atomgewicht, Schmelzpunkt 1080°. Dicke des Drahtes: 1,498 mm, Länge des Drahtes: 374,5 mm.

<i>t</i>	<i>F</i>	<i>K</i>
20°	4240	1,004
100	4100	1,008
200	3930	1,035
300	3410	1,058
400	3150	1,073
500	2780	1,095
600	2420	1,145
700	2170	1,195
800	1910	1,25
900	1680	1,31
1000	1480	1,34 (?)

5. Zink. 64,91 Atomgewicht, Schmelzpunkt 419° . Dicke des Drahtes: 1,540 mm, Länge des Drahtes: 378,5 mm. Umwandlungspunkte liegen bei 170° und 340° .

t	F	K
20°	3280	1,05
50	3240	1,13
100	3090	1,22
150	2375	1,30
200	2120	1,31
250	1894	1,37
300	1607	1,54
350	1345	} mehr als
390	1120	

Auch beim Zink wurde die beim Nickel schon erwähnte Nullpunktsverlegung bei der Kommutation des Heizstromes beobachtet, und zwar bei steigender Temperatur in dem einen, bei fallender in entgegengesetztem Sinn.

Außerdem ist die Abnahme des Wertes von F zwischen 100 und 150° auffällig.

6. Palladium. 105,7 Atomgewicht, Schmelzpunkt 1550° . Dicke des Drahtes: 1,508 mm, Länge des Drahtes: 381,8 mm.

t	F	K
20°	4900	1,001
100	4900	1,001
200	4870	1,002
300	4800	1,009
400	4690	1,017
500	4510	1,028
600	4260	1,050
700	4010	1,075
800	3700	1,11
900	3230	1,16
1000	2790	1,21
1100	2400	1,27
1200	2080	1,32
1300	1790	1,39
1400	1520	1,45 (?)

Bei den höchsten Temperaturen findet ein starkes Zerstäuben des Drahtes statt, so daß der Draht nur noch 1,4 mm (rund) Dicke am Schluß der Beobachtungen besaß. Hierauf ist bei Berechnung von F Rücksicht genommen.

7. Silber. 107,11 Atomgewicht, Schmelzpunkt 960°. Dicke des Drahtes: 1,495 mm, Länge des Drahtes: 379,0 mm.

t	F	K
20°	2700	1,005
100	2605	1,012
200	2470	1,019
300	2320	1,035
400	2150	1,060
500	1960	1,085
600	1700	1,13
700	1445	—
800	1250	—
870	1020	—

Oberhalb der Temperatur von 800° tritt ein starkes Zerstäuben des Silbers im Vakuum ein.

8. Cadmium. 111,55 Atomgewicht, Schmelzpunkt 321°. Dicke des Drahtes: 1,541 mm, Länge des Drahtes: 381,8 mm.

t	F	K
20°	2260	1,05
50	2105	1,09
100	1776	1,22
150	1285	1,40
200	926	1,50
250	651	über 1,6

Auch beim Cadmium findet eine starke Abhängigkeit der Dämpfung vom Ausschlag statt; betrug z. B. der Ausschlag 190 ps, so war der Dämpfungsfaktor 1,061, betrug der Ausschlag 60 ps, so war der Dämpfungsfaktor 1,039.

9. Zinn. 113,1 Atomgewicht, Schmelzpunkt 232°. Dicke des Drahtes: 1,415 mm, Länge des Drahtes: 375,0 mm. Umwandlungspunkt bei 18° und 161°.

t	F	K
20°	1810	1,07
50	1706	1,09
100	1449	1,19
150	1155	1,37
200	738	über 1,6

10. Platin. 193,3 Atomgewicht, Schmelzpunkt 1750°. Dicke des Drahtes: 1,507 mm, Länge des Drahtes: 372,0 mm.

<i>t</i>	<i>F</i>	<i>K</i>
0°	7240	1,001
100	7250	1,001
200	7240	1,001
300	7220	1,001
400	7200	1,001
500	7110	1,002
600	6940	1,024
700	6550	1,067
800	5740	1,108
900	5110	1,103
1000	4710	1,101
1100	4390	1,112
1200	4130	1,13
1300	3890	1,14
1400	3660	1,17
1500	3470	1,21
1600	3300	1,27
1700	2860	über 1,5

Vgl. hierzu p. 209 ff.

Bemerkenswert erscheint die geringe Abhängigkeit des *F* von der Temperatur bis zu 400°.

11. Gold. 195,7 Atomgewicht, Schmelzpunkt 1064°. Dicke des Drahtes: 1,516 mm, Länge des Drahtes: 379,5 mm.

Nach der Beobachtung ist der Draht in seiner Mitte um 0,03 mm dünner geworden, was die Anbringung einer Korrektur notwendig machte.

<i>t</i>	<i>F</i>	<i>K</i>
0°	2890	1,003
100	2820	1,005
200	2700	1,025
250	2580	1,050
300	2330	1,070
400	1990	1,077
500	1790	1,10
600	1570	1,27
700	1440	—
800	1370	—
850	1290	—
900	1120	—

12. Blei. 205,85 Atomgewicht, Schmelzpunkt 327°. Dicke des Drahtes: 1,481 mm, Länge des Drahtes: 375,8 mm.

t	F	K
20°	780	1,03
50	743	1,04
100	667	1,06
150	597	1,14
200	539	1,3
235	244 (ca.)	über 1,3

Wir untersuchten ferner eine Reihe von Legierungen, da es uns nicht unwahrscheinlich erschien, daß bei ihnen gewisse Besonderheiten im Verlauf der Temperaturkurven des Elastizitätsmoduls zu erwarten wären. Wie die folgenden Versuche zeigen, ist das nicht der Fall; nur bei einer Eisen—Nickel-Legierung (Kruppin) findet sich zwischen 1100° und 1150° ein dem Eisen (bei 800—900°) ähnliches Verhalten.

I. Kupfer—Zink-Legierungen.

1. Messing (ca. 60 Proz. Kupfer und 40 Proz. Zink). Dicke des Drahtes: 1,502 mm, Länge des Drahtes: 379,8 mm. Erstarrungspunkt ca. 900°.

t	F	K
20°	3900	1,001
100	3770	1,002
200	3620	1,008
300	3330	1,049
400	2820	1,074
500	2490	1,075
600	2210	1,11
665	1870	—
700	1710	1,245
750	1510	1,30
770	1370	—
800	809	über 1,8

2. Durana-Metall (Zusammensetzung beinahe wie die des Messings mit einigen ganz geringen Zusätzen anderer Metalle, über die jedoch keine Auskunft vom Fabrikanten erteilt wurde). Dicke des Drahtes: 1,488 mm, Länge des Drahtes: 361,7 mm. Erstarrungspunkt ca. 900°.

<i>t</i>	<i>F</i>	<i>K</i>
20°	3875	1,0005
100	3770	1,001
200	3600	1,012
300	3240	1,080
400	2240	1,195
500	1600	1,42
550	1290	1,69
600	735	2,05
640	344	—

Der Draht streckt sich bei höheren Temperaturen bedeutend (ca. um 29 mm, dem eine Dickenänderung von rund 0,05 mm entsprechen würde).

3. Tomback (ca. 85 Proz. Kupfer und 15 Proz. Zink). Dicke des Drahtes: 1,499 mm, Länge des Drahtes: 379,5 mm. Erstarrungspunkt ca. 1000°.

<i>t</i>	<i>F</i>	<i>K</i>
20°	4410	1,002
100	4280	1,001
200	4110	1,003
300	3950	1,020
400	3610	1,059
500	3060	1,069
600	2680	1,081
700	2300	1,13
800	1900	1,26
900	1540	Größer, aber unter 1,5

II. Kupfer—Nickel—Zink-Legierungen.

1. Nickelin (die genauere Zusammensetzung des benutzten Materials war nicht zu erfahren). Dicke des Drahtes: 1,474 mm, Länge des Drahtes: 379,5 mm.

<i>t</i>	<i>F</i>	<i>K</i>
20°	5200	1,001
100	5070	1,001
200	4910	1,002
300	4720	1,003
400	4460	1,023
450	4210	1,040
500	3940	1,070

(Fortsetzung.)

t	F	K
600	3030	1,125
650	2680	1,13
700	2460	1,17
800	2020	1,32
900	1670	1,52
980	1440	1,64 (?)

2. Neusilber (die genauere Zusammensetzung war nicht zu erfahren). Dicke des Drahtes: 1,528 mm, Länge des Drahtes: 379,5 mm. Erstarrungspunkt ca. 1000°.

t	F	K
20°	4780	1,002
100	4630	1,001
200	4525	1,001
300	4350	1,004
400	4100	1,013
500	3820	1,030
600	2980	1,091
700	2380	1,14
800	1820	1,36
900	1570	über 1,7

Während der Beobachtung hat sich der Draht gestreckt und ist in der Mitte um ca. 0,02 mm dünner geworden.

3. Rheotan (die genaue Zusammensetzung war nicht zu erfahren). Dicke des Drahtes: 1,480 mm, Länge des Drahtes: 376,75 mm. Erstarrungspunkt ca. 1200°.

t	F	K
20°	6230	1,001
100	6080	1,001
200	5910	1,001
300	5720	1,001
400	5520	1,003
500	5200	1,040
600	4570	1,092
700	3790	1,12
800	3160	1,17
900	2670	1,26
1000	2140	1,45 (ca.)
1050	1920	über 1,5

III. Kupfer—Mangan—Nickel-Legierung.

Manganin (ca. 84 Proz. Kupfer, 12 Proz. Mangan und 4 Proz. Nickel). Dicke des Drahtes: 1,469 mm, Länge des Drahtes: 379,6 mm. Erstarrungspunkt ca. 1000°.

<i>t</i>	<i>F</i>	<i>K</i>
20°	4570	1,001
100	4490	1,001
200	4310	1,001
300	4150	1,005
400	3940	1,015
500	3580	1,030
600	3150	1,057
700	2720	1,11
800	2190	1,22
860	1900	1,3 (ca.)

IV. Bronzen.

Phosphorbronze (ca. 93 Proz. Kupfer und 7 Proz. Zinn). Dicke des Drahtes: 1,512 mm, Länge des Drahtes: 379,7 mm. Erstarrungspunkt über 800°.

<i>t</i>	<i>F</i>	<i>K</i>
20°	3710	1,002
100	3610	1,002
200	3480	1,004
300	3280	1,034
350	3080	1,077
400	2710	1,108
500	2190	1,105
600	1830	1,16
700	1530	1,33
750	962	1,5 (ca.)

V. Eisen—Nickel-Legierung.

Kruppin (genauere Zusammensetzung unbekannt). Dicke des Drahtes: 1,524 mm, Länge des Drahtes: 375,0 mm. Erstarrungspunkt zwischen 1450 und 1500°.

<i>t</i>	<i>F</i>	<i>K</i>
20°	7360	1,001
100	7260	1,001
200	7100	1,001
300	6910	1,001

(Fortsetzung.)

t	F	K
400	6680	1,003
500	6420	1,015
600	5870	1,035
700	5220	1,062
800	4615	1,105
900	3820	1,24
1000	2795	1,5 (ca.)
1100	1910	—
1120	1890	—
1150	2020	—

unsicher; von 1120°
ab aber eine ent-
schiedene Abnahme
vorhanden.

Auffällig ist das Ansteigen des Wertes des Torsionsmodul kurz vor dem Durchschmelzen.

VI. Aluminiumbronze.

Duraluminium (94,7 Proz. Aluminium, 4,2 Proz. Kupfer, 0,6 Proz. Mangan, 0,5 Proz. Magnesium). Dicke des Drahtes: 1,516 mm, Länge des Drahtes: 380,1 mm. Erstarrungspunkt ca. 550°.

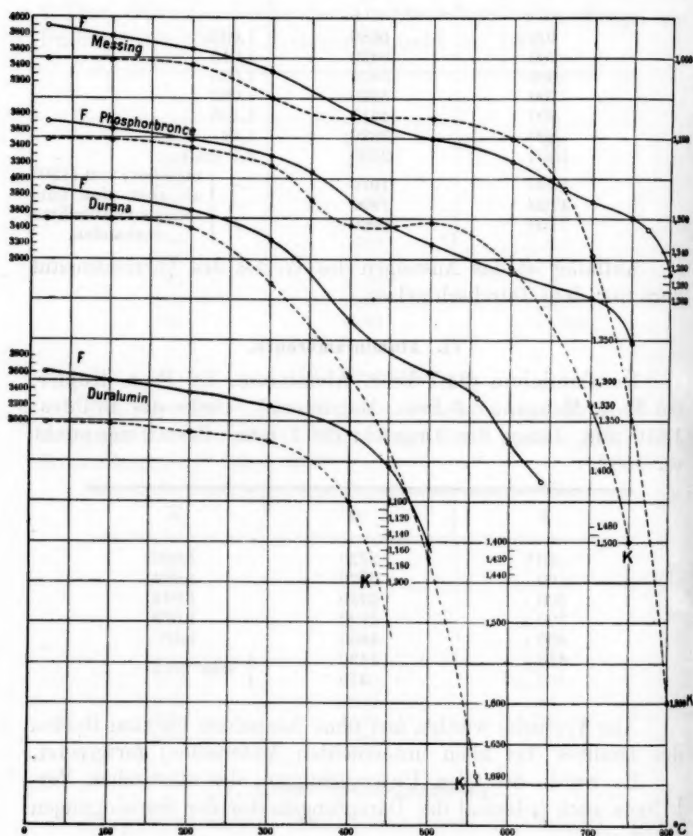
t	F	K
20°	2720	1,002
100	2620	1,004
200	2430	1,014
300	2190	1,026
400	1850	1,10
450	1430	} sehr groß
500	476	

Alle Versuche wurden fast ohne Ausnahme bis zum Reißen des Drahtes (bei allen untersuchten Materialien) fortgesetzt.

Es wurde bei allen Untersuchungen des elastischen Verhaltens auch jedesmal der Dämpfungsfaktor der Schwingungen bestimmt.

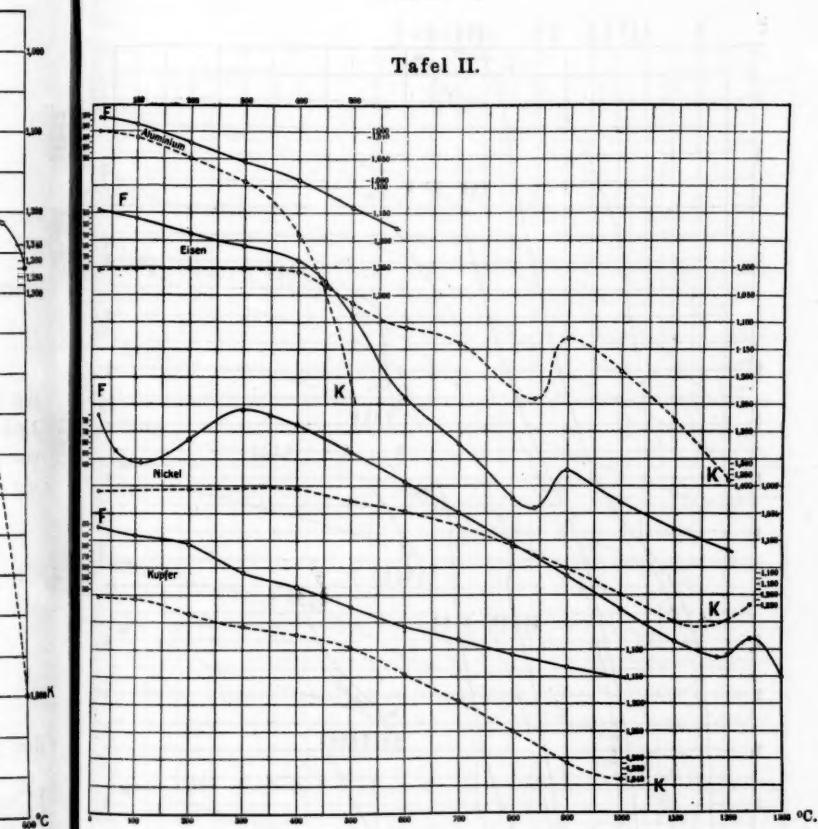
Bekanntlich ist nach Boltzmanns theoretischen Überlegungen das logarithmische Dekrement unabhängig von der Schwingungsdauer, wenn die Dämpfung von der Nachwirkung herrührt, dagegen abhängig von der Periode, wenn die innere Reibung die Dämpfungsursache ist. Es zeigen nun alle Versuche einen ungefähr parallelen Verlauf der Werte von F (die proportional mit $1/\tau^2$ sind) und dem Dämpfungsverhältnis.

Tafel I.



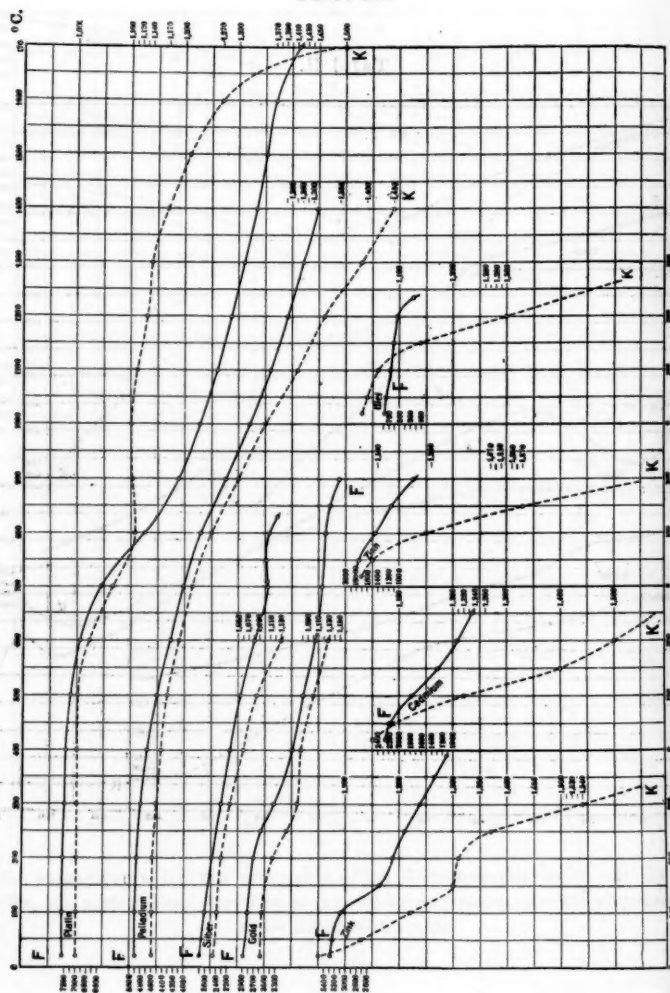
Die ausgezogenen Kurven entsprechen den Torsionsmodul sowie die Zahlen links, die gestrichelten dem Dämpfungsverhältnis (entgegengesetzt eingetragen) sowie die Zahlen rechts.

Tafel II.

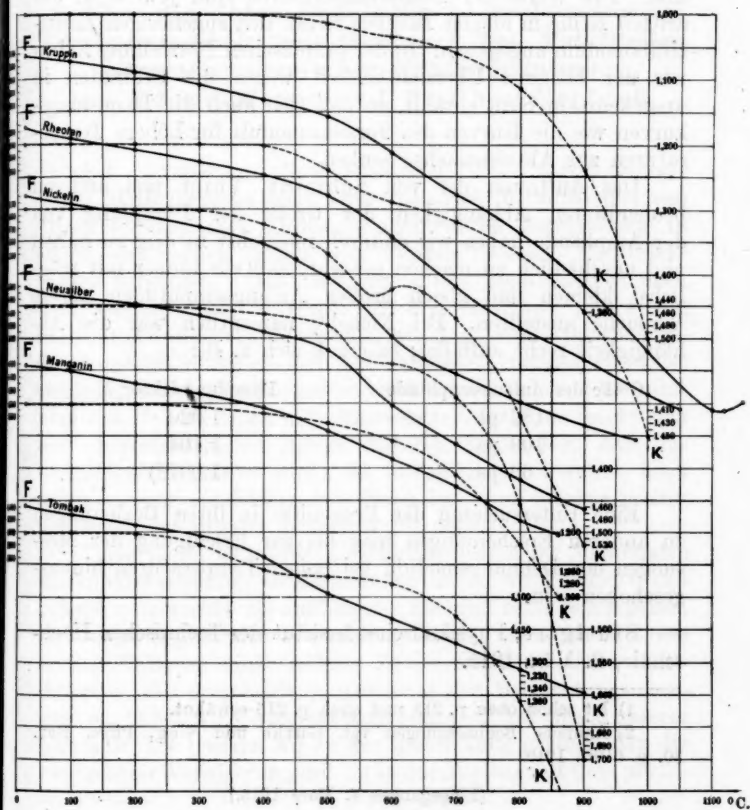


e Zahlen
getragen)

Tafel III.



Tafel IV.



Die Ursache der Dämpfung wäre also die innere Reibung; dieser Parallelismus geht sogar so weit, daß überall da, wo Unregelmäßigkeiten im Verlauf der Kurven des Torsionsmoduls auftreten, auch solche bei den Dämpfungskurven vorhanden sind. Die Werte der Dämpfungsfaktoren sind jeweils in der dritten Reihe in obigen Tabellen neben den zugehörigen Elastizitätsmoduln angegeben. In der graphischen Darstellung haben wir der besseren Übersichtlichkeit wegen die Ordinaten in umgekehrtem Sinn gezählt, so daß sich auch die Dämpfungskurven wie die Kurven des Torsionsmoduls für höhere Temperaturen zur Abszissenachse senken.

Das Auftreten der von Schmidt, Voigt und anderen beobachteten Abhängigkeit der Größe der Dämpfung von der Amplitude haben wir dadurch möglichst niedrig zu halten und unschädlich zu machen gesucht, daß wir immer mit möglichst kleinen und gleich großen Anfangsamplituden unsere Versuche anstellten. Bei Nickel¹⁾ namentlich war die Abhängigkeit recht auffällig; es ergab sich z. B.:

Größe der Anfangsamplitude	Dämpfungsfaktor K
182 ps	1,020
100 ps	1,104
60 ps	1,007 ²⁾

Eine Untersuchung der Ergebnisse in ihren Beziehungen zu anderen Erscheinungen mag bis zur Erledigung der Messungen der Dehnungsmoduln bei hohen Temperaturen hinausgeschoben sein.

Stuttgart, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule, 2. März 1915.

1) Ist schon oben p. 213 und auch p. 215 erwähnt.

2) Ähnliche Beobachtungen vgl. Guthe und Sieg, Phys. Rev. 30. p. 610ff. 1910.

(Eingegangen 4. März 1915.)

3. Über die Abhängigkeit der photoelektrischen Verzögerungszeit vom Gasdruck bei Metallteilen ultramikroskopischer Größenordnung¹⁾; von Edgar Meyer und Walther Gerlach.

§ 1. *Einleitung.* Nach einer von Ehrenhaft²⁾ angegebenen Methode kann man kleine geladene Metallpartikel von ultramikroskopischer Größenordnung durch Zerstäubung in einem elektrischen Bogen oder Funken zwischen Metallelektroden herstellen. Hält man eine solche Metallpartikel nach dem Vorgange von Ehrenhaft²⁾ und Millikan³⁾ in einem horizontalen Plattenkondensator, der Luft von Atmosphärendruck enthält, durch ein dem Erdschwerefeld entgegenwirkendes elektrisches Feld von geeigneter Größe schwebend, und bestrahlt man das Metallteilchen mit ultravioletttem Licht, so macht sich ein photoelektrischer Effekt dadurch bemerkbar, daß das Gleichgewicht gestört wird: das Metallteilchen wandert, auch wenn es nur ein Elektron verloren hat, weil stärker positiv geworden, zur negativ geladenen Kondensatorplatte.

Diese photoelektrische Elektronenemission bei Metallteilen ultramikroskopischer Größenordnung haben wir kürzlich⁴⁾ eingehend untersucht. Als auffälligstes Resultat hatte sich ergeben, daß vom Beginn der Bestrahlung an bis zum Austritt des ersten Elektrons eine endliche Zeit verstreicht. Diese Zeitdifferenz, die umgekehrt proportional der Beleuchtungsintensität ist, haben wir *Verzögerungszeit* genannt. Auf Grund unserer Versuche (l. c.) waren wir zu der Anschauung gelangt, daß die beobachtete Verzögerungszeit nicht unmittelbar mit dem photo-

1) Eine erste vorläufige Mitteilung hierüber vgl. Edgar Meyer u. W. Gerlach, Arch. de Genève 37. p. 253. 1914.

2) F. Ehrenhaft, Anzeiger der Wiener Akad., März 1909; Sitzungsber. d. Wiener Akad. Abt. IIa, 118. p. 321. 1909.

3) R. A. Millikan, Phys. Zeitschr. 11. p. 1097. 1910.

4) Edgar Meyer u. W. Gerlach, Ann. d. Phys. 45. p. 177. 1914; vgl. auch Arch. de Genève 35. p. 398. 1913.

elektrischen Effekt zusammenhängt, sondern nur sekundär durch das umgebende Gas zustande kommt. So kann z. B. die Verzögerungszeit *nicht* als die Zeit gedeutet werden, welche ein Resonator nach der Theorie von Planck¹⁾, Einstein²⁾ und Debye-Sommerfeld³⁾ gebraucht, um die zur Emission eines Elektrons notwendige Energie $h \cdot \nu$ zu absorbieren, wo h das Plancksche Wirkungsquantum und ν die Frequenz des photoelektrisch wirksamen Lichtes bedeutet.

Das physikalische Bild⁴⁾, das wir uns von dem Mechanismus der Verzögerungszeit gemacht haben, ist folgendes: Unter dem Einflusse des ultravioletten Lichtes werden schon nach einer Zeit, die sehr viel kürzer als die beobachtete Verzögerungszeit sein kann, Elektronen von dem Teilchen ausgelöst und durchfliegen ihre freie Weglänge in dem umgebenden Gas. Angenommen, die Zusammenstöße der Elektronen mit den Gasmolekülen seien vollkommen unelastisch. Dann werden die Elektronen, da sie nicht die genügende Energie besitzen, um die neutralen Luftmoleküle durch Stoß ionisieren zu können⁵⁾, beim ersten Zusammenstoß mit einem Luftmolekül ihre Geschwindigkeit verloren haben und ein negatives Ion bilden. Auf diese Ionen wirken nun zwei verschiedene elektrische Kräfte. Einmal das Feld im Kondensator, das die Ionen zu der positiven Kondensatorplatte hinzutreiben sucht, zweitens ein Feld, das die Ionen zu dem Teilchen zurückzieht, da dieses durch den Verlust der Elektronen selbst positiv geladen ist. Nach unserer Anschauung wäre für den Fall unelastischer Zusammenstöße das Ende der Verzögerungszeit dann erreicht, wenn von den emittierten Elektronen eines zufällig eine so große freie Weglänge durchlaufen hat, daß es an einer *solchen* Stelle seine photoelektrische Geschwindigkeit verliert und sich zum Ion

1) M. Planck, Ann. d. Phys. 37. p. 642. 1912.

2) A. Einstein, Ann. d. Phys. 17. p. 132. 1905.

3) P. Debye und A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. 41. p. 873. 1913.

4) Edgar Meyer u. W. Gerlach, Ann. d. Phys. 45. p. 221. 1914.

5) Die durch Licht von $\lambda = 250 \mu\mu$ ausgelösten Elektronen haben nach dem Einsteinschen Gesetz, bei Vernachlässigung der unbekannten Austrittsarbeit eine Geschwindigkeit von maximal etwa 5 Volt, während die Ionisierungsspannung der Luft zwischen 8,5 und 11 Volt liegt. Vgl. P. Lenard, Ann. d. Phys. 8. p. 149. 1903; O. v. Baeyer, Verh. d. D. Phys. Gesell. 10. p. 96. 1908; H. Dember, Ann. d. Phys. 30. p. 137. 1909.

umbildet, wo das Kondensatorfeld überwiegt; denn in diesem Fall gelangt das Elektron nicht mehr zum Teilchen zurück.

Als Komplikation kommt hinzu, daß die Ionen vermöge ihrer thermischen Bewegungsenergie eine ungerichtete Geschwindigkeit besitzen. Diese kann sowohl in dem Sinne wirken, die Ionen zum Teilchen zurück als von ihm fort zu transportieren. Weiterhin ist auch die Annahme von elastischen Zusammenstößen nach den Versuchen von Franck und Hertz¹⁾ notwendig. Hiernach sind nämlich die Zusammenstöße der Elektronen mit N_2 -Molekülen fast vollkommen elastisch, während an O_2 -Molekülen eine Reflexion kaum eintritt. Durch die Reflexion an den N_2 -Molekülen der Luft können daher einerseits die Elektronen wieder zum Teilchen zurückgeführt werden, andererseits aber auch befähigt werden, mehrere freie Weglängen zu durchlaufen, ehe die Umbildung zum Ion stattfindet.

Diese Verhältnisse werden sehr übersichtlich, wenn wir das Kraftlinienbild des Kondensators mit dem darin befindlichen geladenen Teilchen in einer vertikalen Schnittebene betrachten. Fig. 1, die aus Maxwells Elektrizität Bd. I (Taf. IV) entnommen ist²⁾, zeigt die Störung, welche ein geladener Punkt A in den Niveauflächen und Kraftlinien eines homogenen elektrischen Feldes hervorruft. Eine der Niveauflächen, in der Figur durch eine strichpunktierte Linie dargestellt, hat einen vielfachen Punkt P . Die durch P verlaufende einfach punktierte Linie teilt das ganze Feld in zwei Teile. Die innerhalb dieser Trennungslinie verlaufenden Kraftlinien gehen alle von dem Partikel A zu der negativen Kondensatorplatte, die außerhalb verlaufenden aber von der positiven Kondensatorplatte zur negativen. Ein negatives Ion ohne Eigengeschwindigkeit wird daher von jedem Punkte der Fläche innerhalb der Trennungslinie aus nach A gelangen, dagegen von jedem Punkte außerhalb dieser Linie zu der positiven Kondensatorplatte.

Für die Verzögerungszeit kommt es daher lediglich darauf an, ob die von den Metallteilchen emittierten Photoelektronen

1) J. Franck und G. Hertz, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 15. p. 373, 613, 929. 1913; 16. p. 12. 1914.

2) Für die Erlaubnis der Wiedergabe des Bildes aus J. C. Maxwell, Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus, Berlin 1883 bei Springer, sind wir dem Verlage zu größtem Danke verpflichtet. Die Beschreibung des Bildes findet sich in § 120 von Band I.

durch das zufällige Zusammenwirken von photoelektrischer Geschwindigkeitsrichtung, frei durchlaufener Weglänge, thermischer Bewegung, elastischer oder unelastischer Zusammenstöße die in Fig. 1 gezeichnete Trennungslinie, die „kritische Zone“, überschreiten oder nicht. Im letzteren Fall ändert das

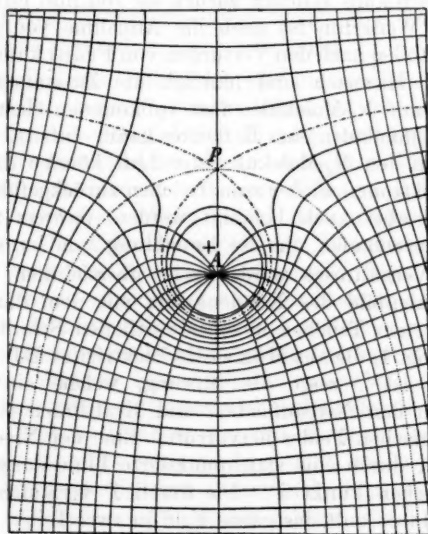


Fig. 1.

Teilchen seine Ladung nicht dauernd, und da der Vorgang des Emittierens und Wiederaufnehmens sehr schnell vor sich geht, bemerkt man keine Bewegung des trägen ultramikroskopischen Teilchens. Das Ende der Verzögerungszeit ist dann erreicht, wenn das erste Elektron die kritische Zone dauernd überschritten hat.

Auf Grund des dargelegten Bildes lassen sich nun zwei Gründe dafür angeben, daß unter sonst gleichen Umständen die Verzögerungszeit mit abnehmendem Druck, d. h. mit zunehmender mittleren freien Weglänge l des umgebenden Gases, *abnehmen* muß:

1. Die Geschwindigkeit der Photoelektronen ist groß gegenüber der mittleren Geschwindigkeit der Luftmoleküle. Dieses

ist auch dann noch der Fall, wenn das Elektron, entgegen der Anziehung des positiv geladenen Teilchens, die mehrfache mittlere freie Weglänge senkrecht zur Oberfläche des Teilchens durchlaufen hat.¹⁾ Als mittlere freie Weglänge der Elektronen λ kann daher die mittlere freie Weglänge eines gegen die Luftmoleküle kleinen Körpers von sehr großer Geschwindigkeit gesetzt werden. Diese ist aber nach Maxwell²⁾ $\lambda = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot l$, eine Formel, die für Elektronengeschwindigkeiten zwischen 2 und 10 Volt auch von Franek und Hertz³⁾ direkt experimentell bestätigt wurde.

Die Wahrscheinlichkeit für ein Elektron, die kritische Zone zu überschreiten, wächst natürlich mit seiner mittleren freien Weglänge λ , also auch mit größer werdender freien Weglänge l des umgebenden Gases; die Verzögerungszeit muß daher mit abnehmendem Drucke abnehmen.

2. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Elektron durch Reflexion an einem neutralen Stickstoffmolekül wieder zu dem ultramikroskopischen Metallpartikel zurückgelangt, wird um so kleiner sein, je weiter fort von den Oberfläche des Teilchens die Reflexion eintritt, d. h. je größer seine frei durchlaufene Weglänge war. Auch aus diesem Grunde wird daher die Verzögerungszeit mit abnehmendem Gasdruck verkleinert.⁴⁾

1) Vgl. Edgar Meyer u. W. Gerlach, l. c. p. 224.

2) J. C. Maxwell, Phil. Mag. (4). 19. p. 29. 1860.

3) J. Franek und G. Hertz, Verh. d. D. Phys. Gesell. 15. p. 373. 1913.

4) Hierzu kommt noch folgendes: Je größer l wird, um so größer ist auch der Potentialabfall, der (bei konstanter Ladung des Teilchens) auf eine Strecke l entfällt, die senkrecht zur Oberfläche der kritischen Zone jenseits derselben (vom Teilchen aus gerechnet) liegt. Es wächst daher auch mit wachsendem l die Energie E , die notwendig ist, um das einfach geladene Ion entgegen dem Kondensatorfelde über die freie Weglänge l hin auf die andere Seite der kritischen Zone in das anziehende Teilchenfeld zurückzubringen. Sobald diese Energie E gleich oder größer geworden ist als die mittlere thermische Bewegungsenergie L eines Gasmoleküls bei der betreffenden Temperatur, kann ein Rücktransport der Ladung durch die thermische Agitation nicht mehr stattfinden. Aber auch wenn $E < L$, muß doch schon bei wachsendem l , d. h. bei wachsendem E die Wahrscheinlichkeit für den Rücktransport des Ions über die kritische Zone abnehmen. Andererseits nimmt aber auch aus demselben Grunde die Wahrscheinlichkeit dafür ab, daß ein Ion entgegen dem anziehenden Teilchenfelde über die neutrale Zone in das Kondensatorfeld transportiert

Um nun diesen Einfluß des Gasdruckes, d. h. der mittleren freien Weglänge des das Teilchen umgebenden Gases, auf die Verzögerungszeit zu untersuchen, haben wir Verzögerungszeiten an *ein und demselben* Teilchen gemessen, während die Ladung des Teilchens und die Intensität des die Elektronen auslösenden ultravioletten Lichtes konstant gehalten wurden, der Druck des Gases im Kondensator dagegen in weiten Grenzen variierte. Als Gas wurde immer Luft verwandt, und entsprechend den obigen Ausführungen nur positiv geladene Partikel untersucht. Nach zahlreichen Versuchen gelang es, eine Methode auszuarbeiten, die gestattete, *die Luft aus dem Kondensator auszupumpen, während das ultramikroskopische Teilchen dauernd im Gesichtsfelde des Beobachtungsfernrohres zurückblieb.*

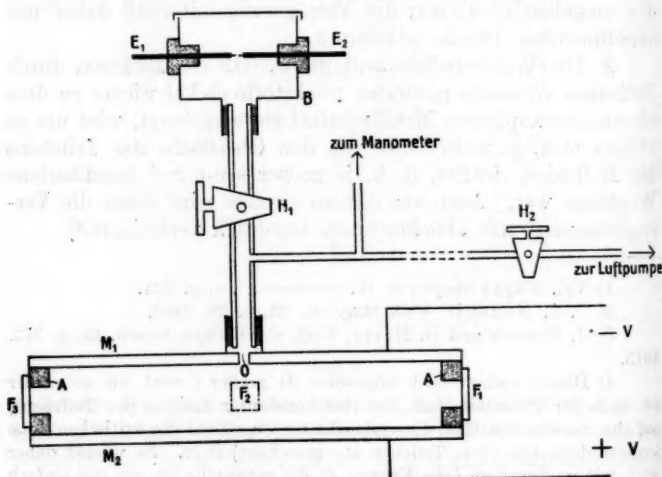


Fig. 2.

§ 2. *Versuchsanordnung.* Der Kondensator (Fig. 2) besteht aus den beiden, innen beruhten Messingplatten M_1 und M_2 (100 : 100 : 4 mm), die durch den Hartgummirahmen A in einem Abstände von 1,55 cm isoliert voneinander gehalten werden.

wird. Entfällt nun in beiden Fällen auf die Größe l nicht immer derselbe Potentialabfall, so muß eine Druckänderung zugunsten des einen oder anderen Vorganges sprechen. Die Verzögerungszeit kann sich daher auch aus diesem Grunde mit dem Druck des Gases ändern.

Von den drei Fenstern dient F_1 zur Beleuchtung, F_2 zur Beobachtung, F_3 zur Bestrahlung des Teilchens mit ultravioletttem Licht. Die Funkenstrecke E_1E_2 , vermittelt derer die Teilchen in der l. c. beschriebenen Weise hergestellt werden, befindet sich in dem Aufsatz B . Zwischen B und dem Kondensator ist der Hahn H_1 angebracht, dessen weite Bohrung in der Verbindungslinie der Funkenstrecke E_1E_2 und der kleinen Öffnung O (1 mm Durchmesser) liegt. Zwischen H_1 und O führt ein Ansatzrohr über den Hahn H_2 unter Zwischenschaltung eines CaCl_2 -Trockenrohres zu einer künstlichen Atmosphäre und zur Wasserstrahlpumpe. Der Druck im Kondensator wird durch ein Quecksilbermanometer gemessen. Der Hahn H_2 ist so angebracht, daß er während der Beobachtung durch das Fernrohr bequem betätigt werden kann. Der Kondensator ist bei geschlossenen Hähnen H_1 und H_2 vollkommen luftdicht.

Als Elektrodenmaterial für E_1 und E_2 wurde immer Platin verwandt, um alle Komplikationen wegen Oxydation der Teilchen zu vermeiden. Der Aufsatz B war gegen die Atmosphäre nicht luftdicht abgeschlossen, so daß die Teilchen immer bei Atmosphärendruck unter denselben Bedingungen erzeugt wurden; sie fallen durch den geöffneten Hahn H_1 in den Kondensator.

Die übrige Versuchsanordnung sowie die Beobachtungsmethode war dieselbe, wie sie in der ersten Mitteilung¹⁾ ausführlich beschrieben ist.

§ 3. Versuchsmethode. Aus den das Gesichtsfeld durchfallenden Metallteilchen wurde eines von passender Größe und Ladung ausgewählt und durch Regulierung der Spannung am Kondensator möglichst exakt auf einem Strich der Skala im Fernrohr schwebend gehalten. Diese Spannung soll im folgenden kurz das Haltepotential genannt werden. Nun wurde der Hahn H_1 geschlossen und mehrere Male (meist 10mal) die Verzögerungszeit bei konstanter ultravioletter Strahlungsintensität gemessen. Hierauf wurde durch sehr langsames Öffnen des Hahnes H_2 der Kondensator über die künstliche Atmosphäre mit der dauernd laufenden Wasserstrahlpumpe verbunden. Das Teilchen wird dann mit dem Luftstrom nach oben geführt. Schaltet man jetzt das Kondensatorfeld ab, so wird das Teilchen vermöge

• 1) Edgar Meyer u. W. Gerlach, Ann. d. Phys. 45. p. 177. 1914; vgl. § 1 bis 3.

seiner eigenen Schwere entweder gegen den nach oben gerichteten Luftstrom nach unten fallen, schwebend bleiben, oder weiter mitgenommen werden, je nach der Stärke des Pumpens und der Stellung des Teilchens im Kondensator.¹⁾ Der Luftstrom war stets so eingestellt, daß die neutrale Stelle, wo das Teilchen bei abgeschaltetem Felde sich schwebend erhielt, wo also die Geschwindigkeit des Luftstromes die Fallgeschwindigkeit des Teilchens gerade kompensierte, oberhalb der Mitte des Gesichtsfeldes lag. Bei angeschaltetem Felde ließ man das Teilchen bis nahe zu der neutralen Stelle steigen, darauf durch Abschalten des Feldes bis zur unteren Grenze des Gesichtsfeldes gegen den Luftstrom fallen. Dieser Vorgang wurde so lange wiederholt, bis der gewünschte Druck erreicht war, worauf wieder die Verzögerungszeit bei geschlossenem Hahn H_2 gemessen wurde.

Da der Kondensator durch die obere Öffnung O ausgepumpt wird, so verlaufen die Strömungslinien der Luft symmetrisch zu einer vertikalen Achse, die durch O geht. Auch wenn das Teilchen sich seitlich dieser Achse befindet, wird es bei dem beschriebenen Vorgange des Auspumpens allmählich in die Symmetrieachse der Strömungslinien gezogen. Dieses bietet eine bequeme Methode dar, um das Teilchen immer wieder an dieselbe Stelle des Kondensators zu bringen, wodurch auch eventuelle Ungleichförmigkeiten des ultravioletten Strahlenbündels eliminiert werden. Von diesem Vorteil wurde immer Gebrauch gemacht; auch bei den höchsten Drucken wurde erst vor der Messung der Verzögerungszeiten einige Millimeter ausgepumpt, damit das Teilchen sich sicher an derselben Stelle des Kondensators befand, wie bei den späteren Messungen bei vermindertem Druck.

Der Kondensator mußte sorgfältigst so justiert werden, daß Erdfeld und elektrisches Feld einander parallel waren. Bei vermindertem Druck machen sich alle Störungen, wie nicht genaue Justierung und einseitige Erwärmung, bedeutend stärker bemerkbar wie bei Atmosphärendruck, doch hatte man in dem beschriebenen Auspumpen immer ein Mittel in der Hand, das Teilchen wieder an dieselbe Stelle des Kondensators zurückzubringen.

1) Die Geschwindigkeit des Luftstromes wird in der Nähe der Öffnung O größer.

§ 4. Die Abhängigkeit der Verzögerungszeit vom Druck.

Die Ausführung der in § 3 beschriebenen Versuche ergab nun tatsächlich, wie es unser physikalisches Bild (§ 1) verlangt, bei allen untersuchten Teilchen eine starke Abnahme der Verzögerungszeit T mit abnehmendem Druck der Luft im Kondensator, während die ultraviolette Beleuchtungsintensität konstant gehalten wurde. Einige Beispiele seien in Tabelle Nr. 1 angeführt.¹⁾ Unter Nr. ist die Journalnummer des Teilchens angegeben, a bedeutet den Radius der Teilchen in Zentimetern, wie er sich aus der beobachteten Fallgeschwindigkeit des Teilchens in Luft von Atmosphärendruck berechnet, und zwar unter der Voraussetzung der Kugelform und der Gültigkeit des einfachen, unkorrigierten Stokesschen Gesetzes. p ist der ungefähre Druck im Kondensator, ausgedrückt in mm Hg, der bei allen Messungen bis auf wenige mm gleich eingestellt wurde. T ist in Sekunden ausgedrückt, jeder Wert stellt das Mittel aus etwa 10 Einzelbeobachtungen dar.

Tabelle 1.

Nr. $a \cdot 10^5$	T						
	604 7,5	605 8,6	606 7,7	607 7,8	608 11,2	610 7,9	614 14,8
$p = 740$	7,78''	3,37	4,73	3,12	18,8	20,2	12,2
640	5,97	3,50	4,38	—	15,1	17,2	—
540	4,17	2,53	3,04	—	8,38	8,44	7,91
440	2,49	2,21	2,61	—	6,86	10,6	—
340	1,70	1,46	—	—	5,19	10,5	4,33
240	1,06	1,26	—	—	5,27	10,4	—
140	0,75	1,16	—	—	5,11	6,45	2,71
118	—	—	—	1,88	—	—	—
70	0,77	—	—	—	—	8,30	—

Zu Tab. 1 ist noch zu bemerken, daß bei Partikel Nr. 610 die ultraviolette Strahlenquelle (Hg-Lampe) nicht konstant war, sondern in unregelmäßiger Weise allmählich weniger intensiv wurde. Wahrscheinlich ist hierauf zum Teil der nicht so regelmäßige Verlauf der T -Werte zurückzuführen.

1) Die ultravioletten Beleuchtungsintensitäten waren für die einzelnen Teilchen der Tab. 1 verschieden.

In Fig. 3 ist als Beispiel die Abhängigkeit der Verzögerungszeit vom Druck für die beiden Partikel Nr. 604 und 608 graphisch dargestellt. Meistens zeigen diese Kurven, wie bei den

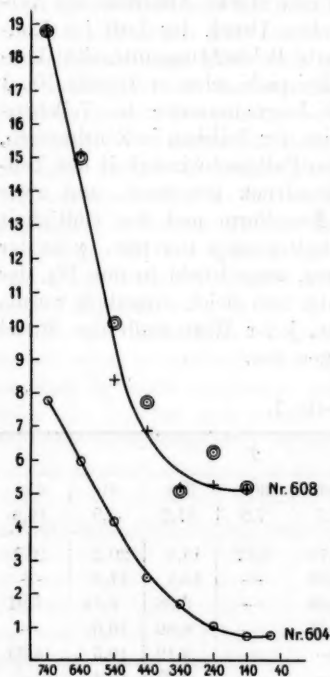


Fig. 3.

wurde.¹⁾ Eine eventuelle Ermüdung müßte daher die Kurven umgekehrt verlaufen lassen als tatsächlich gefunden wurde. Da wir auch in der früheren Arbeit²⁾ bei Pt-Teilchen in Luft von Atmosphärendruck selbst bei $1\frac{1}{2}$ stündiger Messung an ein und derselben Partikel keine Ermüdungserscheinungen be-

beiden in Fig. 3 dargestellten Partikeln, eine Tendenz zum Umbiegen bei niederen Drucken. Dieses Umbiegen halten wir für reell, trotz des Umstandes, daß bei den niederen Drucken die kleineren Verzögerungszeiten mit größeren Meßfehlern behaftet sind. Bei Nr. 608 sind aber z. B. die Verzögerungszeiten bei den Drucken 340—140 mm noch so groß, daß eine derartige Fehlerquelle nicht in Betracht kommen kann, im Gegensatz zu Nr. 604.

Die gefundene Abhängigkeit der Verzögerungszeit vom Druck kann nicht etwa vermittelt einer photoelektrischen Ermüdung der Partikel erklärt werden. Denn die Versuche bei hohen Drucken wurden immer zuerst angestellt, die bei erniedrigten Drucken zeitlich später, wie in § 3 beschrieben

1) Leider konnten wir die Teilchen nicht zuerst bei niedrigem und darauf bei hohem Druck untersuchen. Es gelang uns nämlich nicht, eine solche Anordnung zu finden, bei der beim Einströmen von Luft in den Kondensator die Teilchen sicher im Gesichtsfeld des Fernrohrs zu halten waren.

2) l. c. p. 199.

obachtet haben, und da wohl auch anzunehmen ist, daß eine Ermüdung mit abnehmendem Gasdruck abnimmt¹⁾, so glauben wir, daß bei den vorliegenden Versuchen Ermüdungserscheinungen nicht in Betracht kommen.

Wie wir früher (l. c. § 9) zeigen konnten, nimmt nach oftmaligem Elektronenaustritt die Verzögerungszeit durch die wachsende Ladung des Teilchens zu. Dieser Einfluß wurde bei den Versuchen der Tab. 1 dadurch eliminiert, daß man die Partikel von Zeit zu Zeit teilweise wieder entlud.²⁾ Die Haltepotentiale HP und damit die Ladung der Teilchen wurden hierdurch immer in solchen Grenzen gehalten, daß ein Einfluß auf T noch nicht vorhanden war. Wie gut diese Bedingung erfüllt wurde, mag folgende Messung an Partikel Nr. 604 zeigen, bei der die Haltepotentiale von 1012 bis 638 Volt variierten.

Nr. 604. $p = 633$ mm.

HP	T	Anzahl der T -Beobachtungen
738 bis 658 Volt	5,90	7
970 „ 799 „	6,06	5

Eine eindeutige Beziehung zwischen dem Radius der Teilchen und dem Verhältnis der Verzögerungszeiten bei hohem und bei niedrigem Druck ergibt sich weder aus den Beispielen der Tab. 1, noch aus unseren übrigen Beobachtungen.

Aus unseren früheren Versuchen (l. c.) geht hervor, daß bei Atmosphärendruck am Ende der Verzögerungszeit die Teilchen öfters mehr als ein Elektron verloren haben. Diese Erscheinung bleibt qualitativ sowie quantitativ die gleiche auch bei vermindertem Druck, wie aus dem folgenden zu ersehen ist.

Bedeutet e das elektrische Elementarquantum in elektrostatischen Einheiten, n_1 die Anzahl Elektronen auf dem Teilchen vor der Bestrahlung, n_2 dieselbe nach der Bestrahlung mit ultravioletttem Licht, V_1 resp. V_2 die entsprechenden Haltepotentiale in Volt, d der Abstand der Kondensatorplatten, m die Masse des Teilchens, g die Erdbeschleunigung, so gilt,

1) Vgl. W. Hallwachs, Ann. d. Phys. 23. p. 495. 1907 und K. Herrmann, Verh. d. D. Phys. Gesellsch. 14. p. 568. 1912. Beide Angaben beziehen sich allerdings auf sehr hohes Vakuum.

2) Dieses geschah durch Ionisation der Kondensatorluft in der l. c. § 9 beschriebenen Weise.

wenn man den Gewichtsverlust des Teilchens in der Luft vernachlässigt, bei jedem Druck:

$$n_1 e \frac{V_1}{300 d} = n_2 e \frac{V_2}{300 d} = m g.$$

Hieraus ergibt sich die bei der Bestrahlung emittierte Anzahl Elektronen zu

$$n_2 - n_1 = \frac{m g 300 d}{e} \cdot \frac{V_1 - V_2}{V_1 \cdot V_2}.$$

Der Ausdruck

$$\frac{m g 300 d}{e} = C$$

ist eine Konstante¹⁾ für jedes Teilchen. Man erhält daher:

$$n_2 - n_1 = C \frac{V_1 - V_2}{V_1 \cdot V_2}.$$

Die Größe

$$\frac{V_1 - V_2}{V_1 V_2}$$

ist also proportional der Anzahl Elektronen, die bei der Bestrahlung emittiert werden.

Bedeutet nun N die Anzahl der bei jedem Drucke p gemessenen Verzögerungszeiten, so sollte die Größe

$$\frac{V_1 - V_2}{N V_1 V_2}$$

keinen systematischen Gang mit p zeigen, wenn die Erscheinung der mehrfachen Elektronenemission sich nicht mit dem Drucke ändert. Dieses Verhalten ergibt sich aus Tab. 2, wo als Beispiel Partikel Nr. 608 angeführt ist. Andere Teilchen verhalten sich gleich. Zu bemerken ist, daß in Tab. 2 unter V_1 resp. V_2 das Haltepotential in Volt am Anfang und am Ende der ganzen Meßreihe bei jedem Druck verstanden ist.

Tabelle 2.
Partikel Nr. 608.

p	V_1	V_2	$\frac{V_1 - V_2}{V_1 V_2} \cdot 10^6$	N	$\frac{V_1 - V_2}{N V_1 V_2} \cdot 10^6$	ΣT	$\Sigma T \cdot \frac{V_1 V_2}{V_1 - V_2} \cdot 10^{-6}$	T_e	T
743	1062	980	78,8	10	7,9	187,5	23,8	18,8	18,8
641	987	915	79,7	10	8,0	151,1	19,0	15,0	15,1
543	918	871	58,8	9	6,5	75,5	12,8	10,1	8,38
443	1020	952	70,0	10	7,0	68,6	9,80	7,74	6,86
342	955	887	80,3	10	8,0	51,9	6,46	5,10	5,10
240	989	928	66,5	10	6,7	52,7	7,92	6,26	5,27
141	1022	940	85,4	11	7,8	56,1	6,57	5,19	5,11

1) Wenn man den Gewichtsverlust des Teilchens in Luft nicht vernachlässigt, ändert sich C ein wenig mit dem Druck.

Dieses Ergebnis läßt sich noch auf eine etwas andere Art darstellen.

In Tab. 2 ist unter ΣT die Summe der N gemessenen Verzögerungszeiten bei jedem Druck eingetragen. $\Sigma T \cdot V_1 V_2 / (V_1 - V_2)$ stellt dann eine Größe dar, die *proportional* ist der mittleren Verzögerungszeit, gerechnet pro ein ausgetretenes Elektron. Unter T_e stehen dieselben Werte nur noch multipliziert mit dem Zahlenfaktor $0,790 \cdot 10^{-5}$, um bei $p = 743$ mm den T_e -Wert numerisch gleich dem T -Wert zu machen. Diese T_e -Werte sind in Fig. 3 als \odot eingetragen. Man erkennt, daß die Abhängigkeit der Verzögerungszeit vom Druck in ihrem charakteristischen Verlauf nicht dadurch geändert wird, daß man die Verzögerungszeit auf den Austritt nur eines Elektrons bezieht.

§ 5. Die Abhängigkeit der Verzögerungszeit von der Ladung bei vermindertem Druck. Wie in § 4 erwähnt wurde, haben wir früher (I. c.) gezeigt, daß die Länge der Verzögerungszeit von der Höhe der elektrischen Ladung des Teilchens abhängig ist und zwar, daß sie mit dieser ansteigt. Diesen Effekt haben wir auch bei vermindertem Druck untersucht und mit dem bei Atmosphärendruck vorhandenen verglichen.

Zur Ausführung dieser Versuche wurde zunächst die Verzögerungszeit an einem niedrig geladenen Teilchen bei Atmosphärendruck mehrmals (immer etwa 10 Beobachtungen) gemessen. Sodann wurde das Teilchen durch intensive Bestrahlung mit ultravioletttem Licht stark aufgeladen und wieder eine Reihe von Verzögerungszeiten beobachtet. Durch Ionisierung des Kondensatorgases mit einem Ra-Präparat wird darauf die Ladung nahe auf die alte Höhe reduziert und der Kondensator ausgepumpt. Bei dem niederen Druck werden die entsprechenden Meßreihen bei denselben Haltepotentialen, also bei denselben Ladungen des Teilchens, ausgeführt. Die Beobachtungen bei niederer und hoher Ladung sind auch in umgekehrter Reihenfolge mit demselben Resultat angestellt. In Tab. 3 sind einige Resultate angegeben. a gibt den Radius der Teilchen nach dem Stokesschen Gesetz, p den Druck, HP das mittlere Haltepotential in Volt einer Versuchsreihe, das nach der Formel in § 4 umgekehrt proportional der Ladung $n \cdot e$ des Teilchens ist. T ist die mittlere Verzögerungszeit in Sekunden, T_0/T_a das Verhältnis der mittleren Verzögerungszeiten bei hoher Ladung zu den bei niedriger Teilchenladung.

Tabelle 3.

Nr.	$a \cdot 10^5$	p	HP	T	$\frac{T_Q}{T_a}$	α	$\lambda \cdot 10^8$	$r \cdot 10^5$
620	10,8	739	978	13,1	2,62	2,17	6,00	5,25
		739	419	34,3			6,00	27,1
		135	951	8,16	1,21		32,8	5,25
		135	400	9,90			32,8	27,1
621	11,2	731	906	12,0	4,49	1,89	6,06	7,06
		731	407	53,9			6,06	29,5
		133	886	5,21			33,3	7,06
		133	397	12,4	2,38		33,3	29,5
622	9,94	717	808	8,05	3,13	2,43	6,18	7,55
		717	419	25,2			6,18	22,6
		130	756	4,44	1,29		34,1	7,55
		130	420	5,72			34,1	22,6

Wie aus Tab. 3 hervorgeht, wird durch verschieden hohe Ladung bei hohem Druck eine größere Änderung der Verzögerungszeit hervorgerufen als durch dieselben²⁾ Ladungsveränderungen des Teilchens bei tiefem Druck. Dieses geht deutlich hervor aus den Zahlen für T_Q/T_a , die bei der einzelnen Partikel durchweg bei hohem Druck größer sind als bei tiefem Druck. Unter α ist das Verhältnis von T_Q/T_a bei hohem und tiefem Druck angegeben, so daß definiert ist:

$$\alpha = \left(\frac{T_Q}{T_a} \right)_P \cdot \left(\frac{T_a}{T_Q} \right)_p.$$

Für die folgenden Betrachtungen enthält Tab. 3 noch die freie Weglänge der Elektronen λ , sowie den minimalen Abstand r (in Zentimetern) der kritischen Zone, das ist der Abstand r des mehrfachen Punktes P (Fig. 1) von der Oberfläche des Teilchens. r läßt sich leicht berechnen durch die Überlegung, daß in P das ungestörte Kondensatorfeld \mathcal{E}_c entgegengesetzt gleich sein muß dem durch die Teilchenladung an dieser Stelle hervorgerufenen Felde \mathcal{E}_T . Es gilt daher

$$\mathcal{E}_c - \mathcal{E}_T = 0$$

1) Für 20°C und 760 mm ist $\lambda = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot l = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot 1,03 \cdot 10^{-8} = 5,83 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$.

2) Die hohen resp. niedrigen Haltepotentiale, und deswegen auch die damit umgekehrt proportionalen Ladungen, stimmen bei den einzelnen Teilchen für hohen und tiefen Druck genügend überein.

oder angenähert mit den schon verwandten Bezeichnungen

$$\frac{V}{300 d} = \frac{\pi e}{(a + r)^2}$$

Kombiniert man diese Gleichung mit der des § 4:

$$\frac{\pi e V}{300 d} = m g = \frac{4}{3} \pi a^3 \sigma g,$$

wo σ das spezifische Gewicht des Teilchens bedeutet, so erhält man, die numerischen Werte eingesetzt ($\sigma = 21,4$):

$$r = 13,8 \cdot 10^4 \sqrt{\frac{a^3}{V^2} - a}.$$

Aus dieser Formel ersieht man auch, wie r von der Ladung des Teilchens abhängt, da diese umgekehrt proportional V ist.

Es ist zu bemerken, daß die r -Werte nur angenähert richtig sind. Auch entstehen durch die nicht exakte Gültigkeit des Stokesschen Gesetzes Fehler in a , ferner ist für V der Mittelwert der Haltepotentiale eingesetzt worden. Alle Fehler sind aber nicht so bedeutend, als daß sie die folgenden Betrachtungen beeinflussen könnten.

Das Ergebnis der Tab. 3 läßt sich leicht auf Grund unseres Erklärungsbildes (§ 1) deuten. Hiernach ist nämlich die Verzögerungszeit wesentlich bedingt einerseits durch die mittlere freie Weglänge der Elektronen λ , andererseits durch den Abstand r der kritischen Zone von der Oberfläche der Partikel. Ist nun λ von derselben Größe wie r bei niedriger Ladung (r_0), so wird natürlich eine Ladungserhöhung und damit Vergrößerung von $r = r_0$ mehr auf die Verzögerungszeit ausmachen, als wenn λ groß im Vergleich zu r_0 und von der gleichen Größe wie r_0 ist. Diese Verhältnisse liegen aber bei den Versuchen der Tab. 3 vor. Es ist z. B. bei Teilchen Nr. 620 bei dem hohen Druck $p = 799$ mm $\lambda = 6,00 \cdot 10^{-5}$ cm also etwa gleich $r_0 = 5,25 \cdot 10^{-5}$ cm, dagegen ist bei $p = 135$ mm $\lambda = 92,8 \cdot 10^{-5}$ cm, also viel größer als $r_0 = 5,25 \cdot 10^{-5}$ cm und sogar noch größer als $r_0 = 27,1 \cdot 10^{-5}$ cm. Man wird wohl allgemein sagen dürfen: je kleiner oder auch je größer λ gegenüber r_0 und r_0 ist, um so geringer wird die Änderung der Verzögerungszeit sein, die durch die Ladungserhöhung des Teilchens von q auf Q erfolgt.

§ 6. Die Endaufladung der Teilchen bei vermindertem Druck. In der früheren Arbeit (l. c. § 19, p. 229) haben wir gezeigt,

daß bei Atmosphärendruck die maximale Aufladung der Teilchen¹⁾ oder die Endaufladung dann erreicht ist, wenn r etwa 10 bis 18 mal so groß ist wie λ . Hat man daher bei Atmosphärendruck eine Partikel maximal aufgeladen, so daß sie keine Elektronen bei Bestrahlung mehr verliert, so muß nach unserem Bilde bei erniedrigtem Drucke wieder Elektronenemission erfolgen, sobald λ genügend gewachsen ist. Dieses Verhalten wurde bei der Beobachtung gefunden, wofür in Tab. 4 zwei Beispiele gegeben sind. *EP* bedeutet das erreichte niedrigste Haltepotential in Volt, die übrigen Bezeichnungen sind verständlich.

Tabelle 4.

Nr.	$a \cdot 10^5$	p	<i>EP</i>	$\lambda \cdot 10^5$	$r \cdot 10^5$	$\frac{r}{\lambda}$
618	8,79	738	125	6,00	81,2	13,5
		134	88	33,1	120,4	3,6
619	8,31	738	121	6,00	78,1	13,0
		129	78	34,3	125,7	3,7

Übereinstimmend mit den früheren Versuchen ist die Endaufladung bei Atmosphärendruck wieder dann erreicht, wenn der Wert $r/\lambda \sim 13$ beträgt. Dagegen tritt bei dem niedrigen Drucke von $p \sim 130$ mm die Endaufladung schon ein, wenn r/λ den viel kleineren Wert 4 hat. Woher dieser Unterschied rührt, können wir nicht bestimmt angeben. Es mag sein, daß bei den tieferen Drucken die Elektronen in der größeren Entfernung r von der Oberfläche des Teilchens schon viel von ihrer ursprünglichen photoelektrischen Geschwindigkeit durch das bremsende Teilchenfeld verloren haben, daß also gilt $\lambda < 4 \cdot \sqrt{2} \cdot 1$.²⁾ Vielleicht steht auch damit in Zusammenhang

1) Die maximale Aufladung wurde erreicht durch intensive Bestrahlung der Teilchen mit Bogenlicht, das noch durch eine Quarzlinse konzentriert war.

2) Zur Berechnung der Elektronengeschwindigkeit in dem größeren Abstände r nach der Formel

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{n e}{a} \cdot \frac{r}{a + r} \quad (v_0 = \text{Anfangsgeschwindigkeit})$$

genügen die Zahlen der Tab. 4 nicht. Man darf, wegen der zu großen Fehler, den Stokesschen Radius nicht mehr verwenden. Überschlagsrechnungen auf Grund der Tab. 21 unserer früheren Arbeit berechtigen aber zu dem obigen Schlusse.

die von uns früher gefundene Tatsache (l. c., p. 229), daß bei Atmosphärendruck die r/λ -Werte für das Endpotential einen systematischen Gang mit a zeigen, eine Erscheinung, für die wir auch keine sichere Erklärung auf Grund unseres Bildes finden konnten.

§ 7. *Schlußbemerkung.* Wir glauben schon durch unsere frühere Arbeit (l. c.) gezeigt zu haben, daß sich alle Erscheinungen des photoelektrischen Effektes an Metallteilchen von ultramikroskopischer Größenordnung bei Atmosphärendruck gut, zum mindesten qualitativ aus unserer Theorie erklären lassen. Die vorliegenden Versuche bei erniedrigtem Druck scheinen uns eine neue wichtige Bestätigung der Theorie zu sein. Es mag deswegen noch einmal ausdrücklich darauf hingewiesen sein, daß wir die Ansicht für verfehlt halten, die Verzögerungszeit und die Schwankungen derselben, die sich übrigens bei erniedrigtem Drucke ebenso zeigen, durch eine zufällige Disposition der emittierenden Atome zu deuten. Diese Ansicht hatten wir früher in unserer ersten diesbezüglichen vorläufigen Mitteilung¹⁾ ausgesprochen, sie findet sich auch bei Pohl und Pringsheim²⁾ bei Besprechung der Versuche von Joffé³⁾ über den gleichen Gegenstand. Ähnlich spricht auch Pringsheim⁴⁾ bei seinen Versuchen über die Auslösung der Spitzenentladung durch ultraviolettes Licht von „lichtelektrischen Schwankungen“. Für diesen letzteren Fall haben wir schon vor einiger Zeit gezeigt⁵⁾, daß die Verzögerungszeit bei der Spitzenentladung ebenfalls mit dem Drucke abnimmt, woraus der Schluß zu ziehen ist, daß auch hier die Verzögerungszeit nur durch das umgebende Gas bedingt ist, aber nichts direktes mit dem photoelektrischen Effekt zu tun hat. Im übrigen würde eine derartige Disposition der emittierenden Atome die Abnahme der Verzögerungszeit mit dem Druck nur sehr schwer erklären, während unsere Theorie hierfür eine einfache Deutung gibt.

Auch die in § 6 beschriebene Tatsache, daß die Endaufladung der Teilchen sich mit dem Drucke ändert, beweist

1) Edgar Meyer u. W. Gerlach, Arch. de Genève 85. p. 398. 1913.

2) R. Pohl u. P. Pringsheim, Die lichtelektrischen Erscheinungen p. 51. Vieweg u. Sohn, Braunschweig 1914.

3) A. Joffé, Sitzungsber. d. bayer. Akad. p. 19. 1913.

4) P. Pringsheim, Verh. d. D. Phys. Gesell. 15. p. 705. 1913.

5) W. Gerlach u. Edgar Meyer, Verh. d. D. Phys. Gesell. 15. p. 1037. 1913.

wiederum deutlich, daß die vorliegenden Erscheinungen nicht direkt durch den photoelektrischen Effekt bedingt sind, sondern nur sekundär durch das umgebende Gas hervorgerufen werden. Bei einem reinen photoelektrischen Effekte müßte natürlich die Endaufladung eines Teilchens unabhängig vom Drucke sein.

Durch die Annahme der Ausbildung einer Art elektrischer Doppelschicht um das Teilchen, bei der die negative Seite nach außen liegt¹⁾, wäre vielleicht auch die Möglichkeit gegeben, die beschriebenen Erscheinungen zu erklären. Doch sehen wir nicht, wie man hierdurch sämtlichen Effekten, z. B. den bei negativ geladenen Teilchen (l. c., § 22, p. 232), gerecht wird.

§ 8. Zusammenfassung. Die Hauptresultate der vorliegenden Arbeit lassen sich kurz so zusammenfassen:

1. Es wird eine Methode angegeben, mit der es möglich ist, aus einem Millikanschen Kondensator das Gas fortzupumpen, während ein schwebend gehaltenes Teilchen von ultramikroskopischer Größenordnung darin zurückgehalten wird. Vermittelst dieser Methode ist es gelungen, *ein und dieselbe* Partikel bei verschiedenen Drucken auf seinen photoelektrischen Effekt hin zu untersuchen.

2. Es wird gezeigt, daß die mittlere Verzögerungszeit beim photoelektrischen Effekt an ultramikroskopischen Metallteilchen (Pt) mit dem Drucke des umgebenden Gases (Luft) bei sonst konstanten Bedingungen abnimmt.

3. Die bei einem Beleuchtungsvorgange emittierte Anzahl Elektronen ist bei demselben Teilchen, unter sonst konstanten Bedingungen, unabhängig vom Druck.

4. Ebenso wie bei Atmosphärendruck steigt auch bei erniedrigtem Druck die Verzögerungszeit mit der Ladung des Teilchens, und zwar ist der Betrag dieser Änderung eine Funktion des Druckes.

5. Die maximale Endaufladung der Teilchen durch den photoelektrischen Effekt nimmt zu mit abnehmendem Druck.

6. Die früher l. c. gegebene Theorie des photoelektrischen Effektes an ultramikroskopischen Metallteilchen umfaßt auch die neu gefundenen Erscheinungen.

Tübingen, Physik. Institut der Universität, März 1915.

1) Bei positiv geladenen Teilchen.

(Eingegangen 31. März 1915.)

4. Zur Theorie des Zeemaneffektes in gegen die Kraftlinien geneigten Richtungen;

von W. Voigt.

1. Die Theorie des Zeemaneffektes für gegen die magnetischen Kraftlinien geneigte Richtungen ist wiederholt bearbeitet worden. Für den Emissionseffekt wird in der elementaren Behandlung die schon aus der Theorie des Hertzschen Erregers folgende und durch die Elektronentheorie bestätigte Regel benutzt, daß die in einer beliebigen Richtung fortgepflanzte Schwingung in ihrer Form bestimmt wird durch die Projektion der erregenden Schwingung auf die Wellenebene. Hiernach sollten also die p -Komponenten einer magnetischen Zerlegung in geneigten Richtungen geradlinig und parallel zur Meridianebene durch die Feldrichtung schwingen, und die s -Komponenten in Ellipsen, die durch Projektion eines Kreises in einer Äquatorialebene auf die Wellenebene erhalten werden. Haben alle Freiheitsgrade der erregenden Schwingung gleiche Energie, so bestimmt die Projektionsregel auch die Energien der Zerlegungskomponenten.

Herr Righi¹⁾ schloß aus Beobachtungen an verschiedenen Zerlegungstypen auf die Übereinstimmung der Erscheinungen mit diesen Regeln. Im Gegensatz hierzu habe ich²⁾ darauf hingewiesen, daß die *Absorptionstheorie* des Zeemaneffektes und die *aus ihr* für den *Emissionseffekt* zu schließenden Sätze ganz wesentlich kompliziertere Erscheinungen signalisieren, derart, daß die Ergebnisse der elementaren Emissionstheorie ausschließlich für den Grenzfall sehr (∞) großer Aufspaltung Gültigkeit bewahren.

Die Verschiedenheit der Ergebnisse beider Betrachtungsweisen beruht im wesentlichen darauf, daß die elementare Emissionstheorie unendlich feine Spektrallinien und die gegenseitige Unabhängigkeit der Freiheitsgrade der erregenden

1) A. Righi, Mem. di Bologna (5) 8, p. 263. 1899.

2) W. Voigt, Ann. d. Phys. 1. p. 389. 1900.

Schwingung voraussetzt. Da die Unterschiede der Ergebnisse bei Aufspaltungen, die mit den Breiten der Spektrallinien vergleichbar sind, sehr beträchtlich werden, so hat die Ausarbeitung der Theorie und ihre Vergleichung mit der Beobachtung ein großes Interesse. Die Umständlichkeit der Formeln hat mich bei der ersten Behandlung der Theorie von durchgreifender Diskussion abgehalten; ich habe mich da auf Signalisierung einzelner mir merkwürdig scheinender Resultate beschränkt. Beobachtungen zur Ergänzung der Righischen sind zunächst nicht angestellt worden.

Die ganze Frage erhielt erneutes Interesse durch die Entdeckungen des Herrn Hale¹⁾ über Zeemaneffekte im Sonnenspektrum, bei denen sich von selbst Beobachtungsrichtungen schief zu den Kraftlinien boten. Veranlaßt durch diese Beobachtungen, hat Herr Lorentz²⁾ die Absorptionstheorie erneut vorgenommen, aber wiederum hauptsächlich einzelne Punkte des ganzen komplizierten Vorganges, so besonders das Verhalten der Mitte der p -Komponente bei einem Triplett, durchgreifend bearbeitet. Weiter in der Allgemeinheit vorgedrungen ist mein Assistent, Herr Försterling³⁾; indessen gibt auch seine Arbeit in keinem Falle ein *vollständiges* Bild der theoretisch geforderten Erscheinungen.

Inzwischen hatte Herr Zeeman⁴⁾ und später Herr Elias⁵⁾ einige Messungen zum Zweck der Verifikation der von Herrn Lorentz überhaupt und besonders für die Frequenz der feldlosen Linie abgeleiteten Resultate durchgeführt. Dieselben hatten im allgemeinen eine qualitative Bestätigung geliefert; indessen erschien eine quantitative Verwertung der Beobachtungsergebnisse in Fällen nicht angängig, wo die theoretischen Resultate wesentlich nur für eine einzige, für die Beobachtung nicht isolierbare Frequenz vorlagen. In der Tat sind die Beobachtungen in theoretischer Hinsicht wenig aufklärend, wenn etwa das Verhalten in der Umgebung jener singulären Frequenz *sehr schnell variiert*.

1) G. E. Hale, *Astrophys. Journ.* **28**, p. 315. 1908.

2) H. A. Lorentz, *Amsterd. Proc.* **12**, p. 321. 1909.

3) C. Försterling, *Gött. Nachr.* 1912, p. 611.

4) P. Zeeman und B. Winawer, *Amsterd. Proc.* **12**, p. 584; **13**, p. 35. 1910.

5) G. J. Elias, *Amsterd. Proc.* **13**, p. 391. 1910.

Diese Sachlage veranlaßte mich, vor längerer Zeit einen meiner englischen Schüler einerseits mit der rechnerischen Durchführung typischer Fälle, andererseits mit daran angeschlossenen systematischen Beobachtungen zu betrauen. Die numerische Berechnung erschien angesichts der Komplikation der Formeln als das beste Mittel, um den vollen Überblick über die Resultate der Theorie zu gewinnen, und es stand zu hoffen, daß eine von der Theorie geleitete Beobachtung eine Realisierung derselben gestatten würde. Der Krieg hat diese aussichtsvoll begonnene Arbeit unterbrochen. Da ich für einen bestimmten Zweck einen Einblick in die Gesamtheit der Vorgänge bei schiefer Fortpflanzung gegen die Kraftlinien zu erhalten wünschte, so habe ich zunächst für eine zum Triplet zerlegte Spektrallinie die numerische Berechnung selber durchgeführt und will, da die Resultate mir bemerkenswert scheinen, dieselben nachstehend im Anschluß an einen Abriß der allgemeinen Theorie mitteilen. Die theoretischen Entwicklungen haben natürlich viele Beziehungen zu den Arbeiten der Herren Lorentz und Försterling.

2. Um keinerlei Beschränkung bezüglich der magnetischen Zerlegung der dem untersuchten Körper eigenen Absorptionslinien einzuführen, wollen wir einen Ansatz zugrunde legen, der in dieser Hinsicht die vollste Allgemeinheit wahrt. Wir schreiben die Maxwell-Hertz'schen Gleichungen für die Komponenten der magnetischen und der elektrischen Feldstärken A, B, C und X, Y, Z , sowie für diejenigen der elektrischen „Polarisation“ (in der Bezeichnung von H. Hertz) Ξ, H, Z in der Form

$$(1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} &= c \left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial Z}{\partial y} \right), \dots \quad \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \Xi}{\partial t} &= c \left(\frac{\partial C}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial z} \right), \dots \quad \frac{\partial \Xi}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0 \end{aligned}$$

und verbinden, indem wir das äußere magnetische Feld parallel Z wirksam denken, die elektrische Feldstärke mit der elektrischen Polarisation durch die Formeln

$$(2) \quad X = a \Xi + i b H, \quad Y = a H - i b \Xi, \quad Z = a_1 Z.$$

Hierin sind a, b, a_1 die Parameter des betrachteten Körpers im Magnetfeld, deren Bedeutung aus der Anwendung der Formeln auf die speziellen Fälle ebener Wellen erhellt, die sich parallel oder normal zu den Kraftlinien fortpflanzen.

Für eine Welle, die sich innerhalb der XZ -Ebene in einem Winkel ϑ zur Z -Achse fortpflanzt, sind Lösungen von der Form

$$e^{i\gamma \left(t - \frac{ax + \gamma z}{c}\right)}, \quad \alpha = \sin \vartheta, \quad \gamma = \cos \vartheta,$$

zu benutzen. Setzt man $c/o = n = n(1 - i\kappa)$, so gibt (1)

$$(3) \quad \Xi = -n^2 \gamma (aZ - \gamma X), \quad H = n^2 Y, \quad Z = n^2 a (aZ - \gamma X).$$

Die Kombination dieser Resultate mit (2) liefert

$$(4) \quad \begin{aligned} \Xi &= -n^2 \gamma (a a_1 Z - \gamma (a \Xi + i b H)), \\ H &= n^2 (a H - i b \Xi), \\ Z &= n^2 a (a a_1 Z - \gamma (a \Xi + i b H)). \end{aligned}$$

Dabei sind die Polarisationskomponenten Ξ , H , Z vor den Feldkomponenten X , Y , Z bevorzugt, weil die ersteren nach (1) transversal schwingen, nicht aber die letzteren. Diese darum vorteilhafte Wahl würde andere Unbequemlichkeiten haben, wenn es sich um ein Problem der Reflexion und Brechung handelte. In den Fällen von gefärbten Flammen u. dgl., die wir in erster Reihe im Auge haben, darf man aber einen allmählichen Übergang aus dem absorbierenden Körper in den leeren Raum stattfindend denken, bei dem auch allmählich die Feldkomponenten die Rolle der Polarisationen übernehmen.

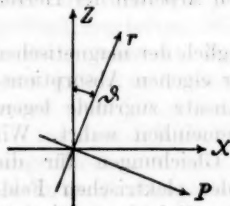


Fig. 1.

Führt man die transversale Komponente P der Polarisation nach der XZ -Ebene gemäß Fig. 1 durch die Formeln

$$(5) \quad P = +\gamma \Xi - \alpha Z, \quad \Xi = +\gamma P, \quad Z = -\alpha P$$

ein, so erhält man als definitive Grundformeln

$$(6) \quad \begin{aligned} P \left(\frac{1}{n^2} - (\alpha^2 a_1 + \gamma^2 a) \right) &= +i\gamma b H, \\ H \left(\frac{1}{n^2} - a \right) &= -i\gamma b P. \end{aligned}$$

Aus ihnen bestimmen sich sowohl die Gesetze der Geschwindigkeit und der Absorption, als diejenigen der Schwingungsform.

Für die Fortpflanzung parallel zum Felde ist $\alpha = 0$,

$\gamma = 1$ zu setzen; dies liefert, da zugleich $P = \Xi$ wird,

$$(7) \quad \Xi \left(\frac{1}{n^2} - a \right) = + i b H, \quad H \left(\frac{1}{n^2} - a \right) = - i b \Xi.$$

Hieraus folgt die Fortpflanzung zweier zirkularen, \pm -rotierenden Wellen mit den Brechungsindizes

$$(8) \quad \frac{1}{n_{\pm}^2} = a \pm b;$$

es ist somit

$$(9) \quad a = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_+^2} + \frac{1}{n_-^2} \right), \quad b = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_+^2} - \frac{1}{n_-^2} \right).$$

Für die Fortpflanzung normal zum Felde ist $a = 1$, $\gamma = 0$, dazu $\underline{P} = -Z$ zu setzen. Hier resultiert

$$(10) \quad Z = 0, \quad \frac{1}{n_{\pm}^2} = a; \quad H = 0, \quad \frac{1}{n_{\pm}^2} = a_1,$$

und die Kombination mit (9) liefert die Beziehung

$$(11) \quad \frac{1}{n_{\pm}^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_+^2} + \frac{1}{n_-^2} \right).$$

Durch die Formeln (8) bis (11) sind die Parameter a , b , a_1 , wie oben angekündigt, physikalisch gedeutet.

Aus (6) folgt nun, wenn man abkürzend setzt

$$(12) \quad \frac{1}{2} (a_1 - a) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_p^2} - \frac{1}{n_s^2} \right) = d,$$

die Bestimmung von n und \underline{P}/H gemäß

$$(13) \quad \frac{1}{n^2} = a + d\alpha^2 \pm \sqrt{b^2\gamma^2 + d^2\alpha^4},$$

$$\frac{P}{H} = \frac{i}{\gamma b} (d\alpha^2 \pm \sqrt{b^2\gamma^2 + d^2\alpha^4}), \quad \frac{H}{P} = \frac{i}{\gamma b} (d\alpha^2 \mp \sqrt{b^2\gamma^2 + d^2\alpha^4}),$$

wobei die doppelten Vorzeichen einander entsprechen. Diese Resultate sind zu diskutieren, unter Rücksicht auf die allgemeinen Beziehungen

$$(14) \quad \frac{1}{n^2} = \frac{1}{n^2(1 - i\alpha)^2} = \frac{1 - x^2 + 2ix}{n^2(1 + x^2)^2},$$

$$(15) \quad \frac{H}{P} = \operatorname{tg} \chi e^{i\delta},$$

$$(16) \quad \operatorname{tg} 2\varphi = \operatorname{tg} 2\chi \cos \delta, \quad \sin 2\psi = \pm \sin 2\chi \sin \delta,$$

$$(17) \quad \cos 2\chi = \cos 2\varphi \cos 2\psi, \quad \operatorname{tg} \delta = \pm \frac{\operatorname{tg} 2\psi}{\sin 2\varphi},$$

bei denen die Winkel χ , φ , ψ durch Fig. 2 charakterisiert sind.

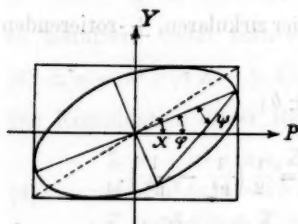


Fig. 2.

In den fundamentalen Formeln (13) sind n^2 und P/H resp. H/P als Funktionen der Frequenz ν und des Richtungswinkels ϑ der Wellennormalen zu betrachten; dabei ist ν in den Parametern a , b , d enthalten, ϑ nur in den Richtungskosinus α und γ . Der Anschaulichkeit halber denken wir n^2 und H/P in einer zweiblättrigen ν - ϑ -

Ebene ausgebreitet, wobei die oberen Vorzeichen dem oberen (oder ersten) Blatt, die unteren ebenso dem unteren (oder zweiten) Blatt zugeordnet sein mögen.¹⁾ Die Blätter hängen zusammen in den Punkten, wo die Funktion unter dem Wurzelzeichen verschwindet, d. h., wo

$$(18) \quad b^2 \gamma^2 + d^2 \alpha^2 = 0 \quad \text{oder} \quad b\gamma = (\pm) i d \alpha^2$$

ist. Das Vorzeichen (\pm) ist unabhängig von dem \pm in den Formeln (13) und bestimmt sich durch die Werte von b und d in den einzelnen Fällen, so daß es nicht als „doppeltes“ Vorzeichen im Sinne von \pm rangiert. Ein solches Verschwinden der Wurzelgrößen kann natürlich nur bei komplexen Werten von b und d , d. h. also nach (9) und (12) nur in Spektralgebieten merklicher Absorption stattfinden. Gleichzeitig mit (18) gilt dann nach (13²)

$$(19) \quad P/H = (\pm) 1.$$

In den Verzweigungspunkten besitzen hiernach die beiden Wellen gleich (reelle) Brechungs- und Absorptionsindizes; dazu schwingen sie linear in dem Azimut $(\pm) 45^\circ$ gegen das Koordinatenkreuz PH .

Bezeichnet man die beiden Wurzeln der Gleichungen (13¹) durch die Indizes 1 und 2, so folgt aus ihr allgemein

$$(20) \quad \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} = 2 \sqrt{b^2 \gamma^2 + d^2 \alpha^2}$$

¹⁾ Die Verhältnisse haben sehr große Verwandtschaft mit den von mir (Ann. d. Phys. 18, p. 645. 1905) bearbeiteten in pleochroitischen Kristallen, was bereits Herr Försterling betont.

als ein Maß der komplexen Doppelbrechung, dazu

$$(21) \quad \left(\frac{P}{H}\right)_1 \cdot \left(\frac{P}{H}\right)_2 = 1.$$

Die letzte Formel besagt, daß die Schwingungsellipsen für die beiden Wellen einander ähnlich und mit ihren Achsen aus den gekreuzten Lagen im PH-System um gleiche Beträge in entgegengesetzten Richtungen herausgedreht sind.

3. Uns interessieren besonders die Fälle, wo α so klein ist, daß α^2 neben Eins vernachlässigt werden darf, und wo demgemäß auch alle n nur wenig von Eins abweichen. Hier kann man für (19) schreiben

$$(22) \quad 2n_1 = 2n_2 - (n_- - n_+) \alpha^2 \mp \sqrt{(n_- - n_+)^2 \gamma^2 + (n_- - n_+)^2 \alpha^4},$$

$$\left(\frac{H}{P}\right)_1 = (\operatorname{tg} \chi e^{i\delta})_1 = i \left\{ \frac{n_- - n_+}{n_- - n_+} \frac{\alpha^2}{\gamma} \mp \sqrt{1 + \left(\frac{n_- - n_+}{n_- - n_+} \right)^2 \frac{\alpha^4}{\gamma^2}} \right\}.$$

Für $\alpha = 0$, d. h. für Fortpflanzung längs der Kraftlinien, mag die erste Wurzelgröße gleich $(n_- - n_+)$, die zweite gleich $+1$ sein, dann wird hier die erste Welle zur $+$, die zweite zur $-$ -rotierenden.

Für $\gamma = 0$, d. h. für Fortpflanzung normal zu den Kraftlinien, liefert die erste Formel, falls die Wurzelgröße im Sinne von $(n_- - n_+) \alpha^2$ genommen wird, $n_1 = n_+$, $n_2 = n_-$. Wir werden sehen, daß eine solche Verfügung nicht unbedingt die vorteilhafteste ist.

Die Beurteilung der Polarisationsverhältnisse geschieht mit Hilfe der Formel (22²), die für manche Zwecke sich auch bequemer so schreiben läßt:

$$\frac{H}{P} + \frac{P}{H} = 2i \frac{n_- - n_+}{n_- - n_+} \frac{\alpha^2}{\gamma}.$$

Setzt man nach (15)

$$\frac{H}{P} = \operatorname{tg} \chi e^{i\delta},$$

so kann man die Formeln (16) und (17) anwenden, mit deren Hilfe sich ergibt

$$(23) \quad \frac{n_- - n_+}{n_- - n_+} \frac{\alpha^2}{\gamma} = -\operatorname{ctg} 2\chi \sin \delta - i \frac{\cos \delta}{\sin 2\chi},$$

$$(24) \quad \frac{n_- - n_+}{n_- - n_+} \frac{\gamma}{\alpha^2} = \mp \operatorname{tg} 2\psi \cos 2\varphi + i \frac{\sin 2\varphi}{\cos 2\psi}.$$

Die Beobachtungen elliptischen Lichtes pflegen sich in

erster Linie auf die Größen χ und δ zu beziehen; für die geometrische Diskussion erscheinen φ und ψ geeigneter, — man wird also nach Bedürfnis die eine oder die andere Beziehung anwenden.

Handelt es sich um die magnetische Zerlegung einer Absorptionslinie, bei der die Aufspaltung so weit fortgeschritten ist, daß ihre Komponenten durch merklich durchsichtige Bereiche getrennt sind, so sind im Bereiche der p -Komponenten n_- und n_+ reell und merklich einander gleich. Hier wird also die linke Seite von (24) verschwindend klein, und es folgt daraus: $\sin 2\varphi = 0$ und $\sin 2\psi = 0$, d. h. eine geradlinige Schwingung parallel oder normal zu dem Meridian durch die Feldrichtung. Im Bereiche der s -Komponenten ist unter den gemachten Voraussetzungen n_p und entweder n_+ oder n_- merklich gleich Eins, $n_- = 1 - i\kappa_-$ oder $n_+ = 1 - i\kappa_+$ und zugleich $n_s = 1 - \frac{1}{2}i\kappa_-$ oder $1 - \frac{1}{2}i\kappa_+$, somit

$$\frac{n_- - n_+}{n_s - n_p} = \mp 2.$$

Dies ergibt nach (24) $\sin 2\varphi = 0$ und $\operatorname{tg} 2\psi = \pm 2\gamma / (1 - \gamma^2)$, woraus folgt $\operatorname{tg} \psi = \gamma$ oder $= 1/\gamma$. Dies drückt elliptische Schwingungen aus von einer Form, wie sie durch Projektion einer Kreisbewegung in der zum Magnetfeld normalen Ebene auf die fortgepflanzte Wellenebene entstehen.

Solche Schwingungen liefert nach der Einleitung die elementare Emissionstheorie des Zeemaneffektes. Sie ergeben sich nach der Absorptionstheorie für die Orte der Zerlegungskomponenten nur in dem Falle hinreichend weit fortgeschrittener Aufspaltung.

Die Formel (22¹) liefert unter den gemachten Voraussetzungen im Bereiche der s -Komponenten

$$n = \begin{cases} 1 - i n_p \kappa_p (1 + \gamma^2), \\ 1, \end{cases} \quad \text{also } n\kappa = \begin{cases} n_p \kappa_p (1 + \gamma^2), \\ 0 \end{cases}$$

im Bereiche der p -Komponenten

$$n = \begin{cases} 1 - i n_p \kappa_p \alpha^2, \\ 1, \end{cases} \quad \text{also } n\kappa = \begin{cases} n_p \kappa_p \alpha^2, \\ 0. \end{cases}$$

Insofern $n\kappa$ außer der Absorption auch die Emission mißt, stimmen diese Formeln gleichfalls mit dem Resultat der elementaren Theorie überein, wie dies bereits im Eingang signalisiert ist.

Eine allgemeine Diskussion der Formeln (22), in denen alle n komplizierte komplexe Funktionen der Frequenz ν bezeichnen, ist unmöglich; es sollen nachstehend nur einige allgemeine *Bemerkungen* gegeben und darnach die vollständige numerische Berechnung eines wichtigen speziellen Falles mitgeteilt werden. Dabei mag die oben erwähnte geometrische Veranschaulichung mit Hilfe einer die $\nu \vartheta$ -Ebene doppelt überdeckenden (also zweiblättrigen) Fläche benutzt werden. Es kommt für uns von dieser Fläche nur ein Streifen

$$0 < \vartheta < +\frac{\pi}{2} \text{ (resp. } 0 < \vartheta < \pi \text{)}$$

in Frage, und von ihm, als wesentlich interessant, auch nur das Bereich in der Umgebung eines Absorptionsstreifens.

Die beiden Blätter hängen, wie schon bemerkt, zusammen in den Punkten, für welche die Wurzelgrößen in (22) verschwinden, d. h., für welche ϑ spezielle Werte $\bar{\vartheta}$ hat, gegeben durch

$$(25) \quad \operatorname{tg} \bar{\vartheta} \sin \bar{\vartheta} = (\pm) i \frac{n_- - n_+}{n_- - n_p}.$$

Setzen wir, wie sich für später empfiehlt,

$$(26) \quad \frac{n_- - n_p}{n_- - n_+} = -(P + iQ),$$

wobei P und Q reelle Funktionen von ν sind, so resultiert aus (23)

$$(27) \quad \begin{aligned} \operatorname{tg} \bar{\vartheta} \sin \bar{\vartheta} &= (\mp) \frac{(Q + iP)}{P^2 + Q^2}, \\ P &= 0, \quad \operatorname{tg} \bar{\vartheta} \sin \bar{\vartheta} = (\mp) \frac{1}{Q}. \end{aligned}$$

Bei Benutzung derselben Bezeichnungen wird die Funktion unter der Wurzelgröße in (22²) zu

$$1 + (P^2 - Q^2) \frac{a^4}{\gamma^2} - 2iPQ \frac{a^4}{\gamma^2}.$$

Dies ergibt, daß die Beziehung $P = 0$ für sich allein eine oder mehrere Frequenzen ν , bzw. eine oder mehrere zur ϑ -Achse parallele Gerade in der $\nu \vartheta$ -Ebene definiert, längs welcher die Wurzelgröße selbst entweder rein reell oder rein imaginär ist, und auf denen die Verzweigungspunkte liegen. In der Tat gibt bei $P = 0$ die Beziehung $1 > Q^2 a^4 / \gamma^2$ einen reellen, $1 < Q^2 a^4 / \gamma^2$ einen imaginären Wert für die Wurzelgröße.

Da aus (22²) zugleich folgt

$$(28) \quad \left(\frac{H}{P}\right)_1 = (\operatorname{tg} \chi e^{i\vartheta})_1 = Q \frac{\alpha^2}{\gamma} \mp i \sqrt{1 - Q^2 \frac{\alpha^4}{\gamma^2}},$$

so ist längs des Kurvenzweiges $1 < Q^2 \alpha^4 / \gamma^2$, d. h. $\vartheta > \bar{\vartheta}$, die ganze rechte Seite reell, also die Schwingung in beiden Wellen linear (übrigens für beide nach verschiedenen Azimuten).

Bildet man aus (22¹)

$$(29) \quad n_2 - n_1 = (n_- - n_+) \gamma \sqrt{1 + \left(\frac{n_- - n_+}{n_- - n_+}\right)^2 \frac{\alpha^4}{\gamma^2}},$$

so gibt dies längs der Kurve $P = 0$

$$(30) \quad n_2 - n_1 = (n_- - n_+) \gamma \sqrt{1 - Q^2 \frac{\alpha^4}{\gamma^2}}.$$

Ist mit $P = 0$ gleichzeitig $n_- - n_+$ reell, d. h., haben bei der Frequenz, welche P zu Null macht, die beiden longitudinal fortgepflanzten Wellen die gleiche Absorption, so ist $n_2 - n_1$ zugleich mit der Wurzelgröße rechts rein reell oder rein imaginär. Hier haben dann die Teile der Geraden $P = 0$ die Eigenschaft, daß für sie resp. der reelle Brechungsindex n oder der Absorptionskoeffizient $n\kappa$ der beiden Wellen übereinstimmt. Das Auftreten jenes Grenzwinkels $\bar{\vartheta}$ hat zuerst Herr Lorentz bemerkt. In den faktisch vorkommenden Fällen liegt auf jeder Geraden $P = 0$ in dem Intervall $0 < \vartheta < \frac{1}{2}\pi$ und $\frac{1}{2}\pi < \vartheta < \pi$ nicht mehr als je ein Verzweigungspunkt; es zerfällt dann also die Gerade $P = 0$ innerhalb eines solchen Bereiches in ein Stück mit fehlender Doppelbrechung und ein solches mit fehlendem Dichroismus. Man wird eine dieser Strecken — naturgemäß die zwischen den beiden Verzweigungspunkten liegende — als Verzweigungsschnitt in der Doppel­fläche benutzen. Längs dieses Schnittes wird also der reelle Teil von $n_2 - n_1$ stetig sein, der imaginäre springen oder umgekehrt. Je nach der Wahl des Schnittes sind dann auch die Verfügungen über die doppelten Vorzeichen in (22) zu treffen.

Für diese und ähnliche Fragen ist es nützlich, Richtungen zu betrachten, die nur sehr wenig von der longitudinalen oder der transversalen abweichen, und für welche die Formeln (22) sich beträchtlich vereinfachen.

Bei nahezu longitudinaler Fortpflanzung ist α klein, und

wir erhalten aus (22¹) bei Vernachlässigung von α^4

$$(31) \quad \begin{aligned} n_1 &= n_+ + \frac{1}{2} (n_p - n_+) \alpha^2 = n_+ \gamma + \frac{1}{2} n_p \alpha^2, \\ n_2 &= n_- + \frac{1}{2} (n_p - n_-) \alpha^2 = n_- \gamma + \frac{1}{2} n_p \alpha^2. \end{aligned}$$

Hierin drückt das Glied mit n_p das Auftauchen der p -Absorption in der $+$ - und $-$ -Welle aus.

Analog ergibt (22²)

$$(32) \quad \left(\frac{H}{P} \right)_i = (\operatorname{tg} \chi e^{i\delta})_i = i \left\{ \mp 1 + \frac{n_- - n_p}{n_- - n_+} \frac{\alpha^2}{\gamma} \right\} = i \left\{ \mp 1 - (P + iQ) \frac{\alpha^2}{\gamma} \right\},$$

und hieraus folgt

$$(33) \quad \delta = \mp \left(\frac{1}{2} \pi - \Delta \right), \quad \Delta = Q \frac{\alpha^2}{\gamma}, \quad \operatorname{tg} \chi = 1 \pm P \frac{\alpha^2}{\gamma}.$$

Die Verzögerungen δ entfernen sich also in entgegengesetzten Richtungen von $\mp \frac{1}{2} \pi$, die Diagonalenwinkel χ von $\frac{1}{4} \pi$, — welche Grenzwerte der zirkularen Polarisation bei longitudinaler Fortpflanzung entsprechen.

Bei nahezu transversaler Fortpflanzung ist γ klein, und man erhält aus (22¹) in Annäherung für die beiden Vorzeichen

$$(34) \quad n = \begin{cases} n_p + \left[(n_- - n_p) - \frac{(n_- - n_+)^2}{4(n_- - n_p)} \right] \gamma^2, \\ n_+ + \frac{(n_- - n_+)^2}{4(n_- - n_p)} \gamma^2. \end{cases}$$

Zugleich liefert (22²)

$$(35) \quad \left(\frac{H}{P} \right) = \operatorname{tg} \chi e^{i\delta} = \begin{cases} -\frac{1}{2} i \gamma \frac{n_- - n_+}{n_- - n_p} = \frac{i\gamma}{2(P + iQ)} = \frac{(Q + iP)\gamma}{2(P^2 + Q^2)}, \\ \frac{2i}{\gamma} \frac{n_- - n_p}{n_- - n_+} = -\frac{2i}{\gamma} (P + iQ) = \frac{2}{\gamma} (Q - iP). \end{cases}$$

Dies zeigt, daß für kleine γ die erste Welle sehr kleines, die zweite sehr großes χ hat, — wie dies dem Übergang aus der p - resp. der s -Welle entspricht. Für δ gilt die Beziehung $\operatorname{tg} \delta = \pm P/Q$.

Es erweisen sich also die Zahlwerte und Vorzeichen der Funktionen P und Q als in einfacher Weise maßgebend für χ und δ .

4. Um von dem gesamten Verlauf der Vorgänge bei schiefer Fortpflanzungsrichtung eine deutliche Vorstellung zu erhalten, schien mir, wie oben schon bemerkt, der einzig gangbare Weg die vollständige Durchrechnung typischer Beispiele. Ich gebe im Nachstehenden die Resultate einer solchen Bearbeitung des Bereiches einer Absorptionslinie, die durch das Magnetfeld in ein Triplett zerlegt wird.

Für die Umgebung einer solchen Linie gelten die Formeln¹⁾

$$\begin{aligned}
 1 - n_p &= \frac{\varrho}{2\nu_0(2\mu - i\nu')} \\
 (36) \quad 1 - n_- &= \frac{\varrho}{2\nu_0(2(\mu + \mu_0) - i\nu')} \\
 1 - n_+ &= \frac{\varrho}{2\nu_0(2(\mu - \mu_0) - i\nu')} ;
 \end{aligned}$$

dazu allgemein $n_s = \frac{1}{2}(n_- + n_+)$.

Hierin ist ϱ eine die Dichte der an der Linie beteiligten Elektronen messende Größe, ν_0 die Eigenfrequenz der Linie, $\mu = \nu - \nu_0$ der in Frequenzen gemessene Abstand der betrachteten Stelle des Spektrums von ν_0 , ν' die Halbwertsbreite der Linie, μ_0 der Abstand der Außenkomponenten des Triplets von der feldlosen Linie.

Indem gesetzt wird

$$\frac{\mu}{\nu'} = x, \quad \frac{\mu_0}{\nu'} = x_0, \quad \frac{\varrho}{2\nu_0} = p\nu'$$

resultiert

$$\begin{aligned}
 (37) \quad \frac{1 - n_p}{p} &= \frac{1}{2x - i}, \quad \frac{1 - n_-}{p} = \frac{1}{2(x + x_0) - i}, \\
 \frac{1 - n_+}{p} &= \frac{1}{2(x - x_0) - i}.
 \end{aligned}$$

Hieraus erhält man u. a. leicht

$$(38) \quad \frac{n_- - n_p}{n_- - n_+} = -(P + iQ) = -\frac{x_0}{2x - i} = -x_0 \frac{2x + i}{4x^2 + 1},$$

was mit $-x_0(1 - n_p)/p$ übereinstimmt. Dies zeigt, daß von Geraden der Verzweigungsschnitte ($P=0$) im Falle eines Triplets nur eine einzige vorhanden ist, und daß diese durch $x=0$, also $\nu = \nu_0$ gegeben wird, somit durch die Stelle der feldlosen Linie geht. Für die Ordinate \bar{F} des Verzweigungspunktes folgt nach (27), da $Q_{x=0} = x_0$,

$$\operatorname{tg} \bar{F} \sin \bar{F} = 1/x_0 = \nu'/\mu_0;$$

der Lorentzsche singuläre Winkel bestimmt sich hier also äußerst einfach aus Halbwertsbreite und Aufspaltung; insbesondere nimmt er bis zu Null ab, wenn die letztere zunimmt.

Da nach (37) gilt

$$(39) \quad \frac{n_- - n_+}{p} = \frac{4x_0}{(2x - i)^2 - 4x_0^2},$$

¹⁾ Vgl. z. B. W. Voigt, *Magneto- und Elektrooptik*, Leipzig 1908, p. 130.

so ist $n_- - n_+$ für die Gerade $x = 0$ reell, und es trifft ein, was zu (30) bemerkt ist, daß auf jener Geraden für $\vartheta < \bar{\vartheta}$ der Dichroismus, für $\vartheta > \bar{\vartheta}$ die Doppelbrechung verschwindet.

Im übrigen ersieht man aus (38) — was für die Beurteilung der Polarisationsverhältnisse wesentlich ist —, daß (bei, wie stets vorausgesetzt, positivem Feld, also positivem x_0) Q für alle x , d. h. alle Frequenzen, positiv ist, P aber das Vorzeichen von x besitzt, also auf der Seite größerer Frequenzen, als ν_0 , positiv, auf derjenigen kleinerer negativ ist.

In beträchtlichen Entfernungen von der feldlosen Linie, d. h. bei größeren x , diskutieren sich die Formeln (23) und (24) für die Polarisationszustände sehr einfach. Die erstere liefert

$$x_0 \frac{2x + i}{4x^2 + 1} \frac{a^3}{\gamma} = \operatorname{ctg} 2\chi \sin \delta + i \frac{\cos \delta}{\sin 2\chi},$$

worin links bei großem x der reelle und der imaginäre Teil *klein* sind, solange γ nicht der Null sehr nahe kommt. Setzt man demgemäß

$$\delta = \mp (\tfrac{1}{2}\pi - \Delta), \quad 2\chi = \tfrac{1}{2}\pi \mp \eta$$

und berücksichtigt, daß unter den gemachten Annahmen Δ und η klein sein müssen, so erhält man

$$(40) \quad x_0 \frac{2x + i}{4x^2 + 1} \cdot \frac{a^3}{\gamma} = \eta + i\Delta.$$

Dies zeigt, daß bei großen x , also weit außerhalb des Triplets, in Richtungen, die der Normalen zu den Kraftlinien nicht allzu nahe kommen, η und Δ verschwinden, somit sich *merklich zirkularpolarisierte* Wellen fortpflanzen.

Gleiches folgt aus (24), das die Form erhält

$$-\frac{2x - i}{x_0} \frac{\gamma}{a^3} = \mp \operatorname{tg} 2\psi \cos 2\varphi + i \frac{\sin 2\varphi}{\cos 2\psi}.$$

Ist x groß und γ der Null nicht zu nahe, so ergibt dies, daß $\cos 2\psi$ und $\sin 2\varphi$ sehr klein sein müssen. Setzt man

$$2\psi = \tfrac{1}{2}\pi - \xi, \quad 2\varphi = \left\{ \begin{array}{l} \xi \\ \pi - \xi \end{array} \right.$$

so folgt

$$(41) \quad -\frac{2x - i}{x_0} \frac{\gamma}{a^3} = -\frac{1}{\xi} + i \frac{\xi}{\xi},$$

was das Gesagte bestätigt.

Gewiß ist es sehr merkwürdig, daß die im Eingang erwähnte Projektionsregel über den Polarisationszustand einer in beliebiger Richtung fortgepflanzten Welle bei hinreichender Trennung der Zeemankomponenten zwar *in deren Bereich*, aber keineswegs etwa allgemein, z. B. also in den merklich durchsichtigen Gebieten außerhalb des Triplets erfüllt ist, daß dort vielmehr bis in die nächste Nähe der transversalen Richtung merklich zirkuläre Polarisation bestehen bleibt.

Es hat ein Interesse, auch die Formel (29) für den bezeichneten Fall zu diskutieren. Sie liefert bei Vernachlässigung des quadratischen Gliedes unter dem Wurzelzeichen

$$(42) \quad n_2 - n_1 = (n_- - n_+) \gamma, \\ \text{also auch}$$

$$(43) \quad n_2 - n_1 = (n_- - n_+) \gamma, \quad n_2 \kappa_2 - n_1 \kappa_1 = (n_- \kappa_- - n_+ \kappa_+) \gamma.$$

Dies drückt aus, daß in genügender Entfernung von der feldlosen Linie sowohl die Doppelbrechung, als auch der Dichroismus von den parallel den Kraftlinien stattfindenden Werten sich nur durch den Faktor $\gamma = \cos \vartheta$ unterscheidet.

Das erstere Resultat besitzt ein besonderes Interesse, wenn man dasselbe mit der soeben nachgewiesenen Tatsache kombiniert, daß dort bis in die allernächste Nähe der transversalen Richtung sich merklich zirkuläre Schwingungen fortpflanzen. Aus diesen beiden Ergebnissen folgt nämlich, daß in den Bereichen, welche den Voraussetzungen entsprechen, in einer Neigung ϑ gegen die Kraftlinien eine Drehung der Polarisationsebene stattfindet, die mit $\cos \vartheta$ proportional ist. Diese Regel schloß bekanntlich Verdet¹⁾ aus ersten orientierenden Messungen, und sie ist von Cornu und Potier²⁾ selbst für Richtungen, die der transversalen sehr nahe liegen, bestätigt worden. Sie ist im Vorstehenden zunächst für die Umgebung von Absorptionslinien, die nach Triplets aufspalten, aus der Theorie abgeleitet; es ist aber kein Zweifel, daß sie auch bei anderen Zerlegungen sich ergeben wird.

5. Die vollständige numerische Berechnung der Formeln (22) bis (24) mit den Ausdrücken (37) und (38) habe

1) E. Verdet, *Compt. Rend.* **39.** p. 548; *Ann. d. Chim. et Phys.* (3) **43.** p. 37. 1854.

2) A. Cornu und A. Potier, *Compt. Rend.* **102.** p. 385. 1886.

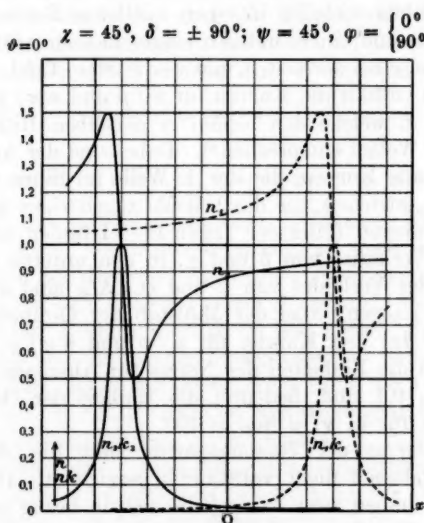
ich für $x_0 = 4$, d. h. für $\mu_0 = 4 \nu'$ durchgeführt. Dieser Wert entspricht einem Zeemantriplett, dessen Aufspaltung $2\mu_0$ das Achtfache der Halbwertsbreite beträgt. Hier ist der Lorentzsche Grenzwinkel $\bar{\vartheta}$ rund gleich 28° ; es sind also die beiden Bereiche $0 < \vartheta < \bar{\vartheta}$ und $\bar{\vartheta} < \vartheta < \frac{1}{2}\pi$ bequem zu studieren. Die Berechnungen sind für die sechs Winkelwerte $\vartheta = 0, 20^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 70^\circ, 90^\circ$ durchgeführt und die Resultate durch Kurventafeln veranschaulicht. Die eigentlich interessierenden vier mittleren Tafeln zerfallen in einen mittleren Bereich, der von einem oberen und einem unteren eingeschlossen wird. Letztere fehlen teilweise bei der ersten und der letzten Tafel. Der mittlere Bereich enthält die Kurven für n/p und $n\kappa/p$ als Funktionen von x , welche den beiden in derselben Richtung fortgepflanzten Wellen entsprechen¹⁾. Dabei sind der Anschaulichkeit halber alle Kurven, die der 1. Welle im Sinne von p. 251 zugehören, gestrichelt, die der 2. Welle zugehörigen ausgezogen.

In den oberen Teilen der Tafeln II–VI finden sich Darstellungen des Verlaufes von δ und χ , in den unteren von II–V diejenigen des Verlaufes von φ und ψ . Alle sind auf dieselbe Abszisse x bezogen; aber der Maßstab der Ordinaten ist ein anderer, als bei den Kurven für n/p und $n\kappa/p$. Während bei letzteren die Einheiten des Netzes für Abszissen und Ordinaten gleich 0,1 sind, bedeutet die Einheit der Ordinate bei den Kurven für δ, χ, φ und ψ 10° .

Im Interesse der Raumersparnis sind die δ -, χ - und φ -Kurven indessen nicht vollständig gezeichnet. Die ersteren (δ -) Kurven haben zwei Zweige, die sich in bezug auf die Abszissenachse $\delta = 0$ spiegelbildlich entsprechen; es ist jederzeit nur der eine Zweig positiver δ gezeichnet, dabei angedeutet, welcher Welle (1 oder 2) er jeweils zugehört. Für die andere Welle ist dann das Spiegelbild in bezug auf die Gerade $\delta = 0$ hinzuzudenken. Die Kurven für χ und φ haben zwei Zweige, die sich in bezug auf die Gerade χ bzw. $\varphi = \frac{1}{4}\pi$ spiegelbildlich entsprechen [gemäß dem zu (21) bemerkten Satz]. Es ist hier jeweils nur der untere Zweig gezeichnet und der obere gespiegelt hinzuzudenken. Die Kurven für ψ sind vollständig dargestellt. Es ist $\operatorname{tg} \psi$ das Achsenverhältnis der Schwingungsellipsen, und dieses ist nach p. 251 für die beiden in derselben Richtung fortgepflanzten Wellen dasselbe.

1) Durch ein Versehen steht in den Figuren überall $n\kappa$ statt $n\kappa$.

Die I. Tafel bezieht sich auf $\vartheta = 0$, d. h. auf die longitudinale Fortpflanzung. Die Kurven für n/p und $n\kappa/p$ sind die bekannten und hier nur als Ausgangspunkt für die Entwicklung aufgenommen. Die gestrichelten Kurven entsprechen hier der $+$ -, die ausgezogenen der $-$ -Welle. χ und ψ sind für beide Wellen gleich 45° , δ ist resp. gleich $\pm 90^\circ$, φ resp. gleich 0 und 90° . Es ist demgemäß von der Aufnahme von Kurven für diese letzteren Größen abgesehen.



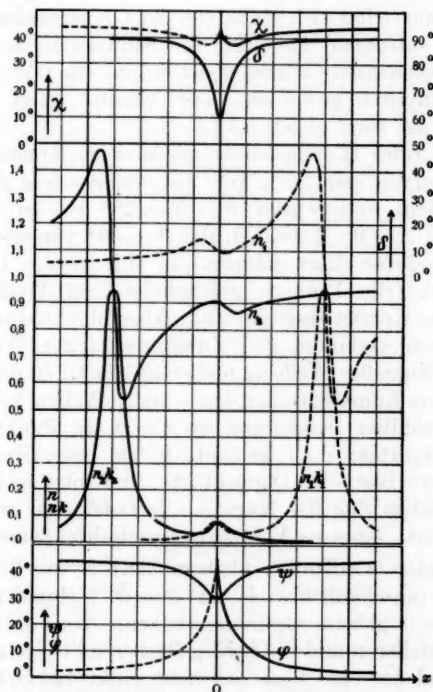
Tafel I.

Die II. Tafel stellt die Verhältnisse für $\vartheta = 20^\circ$ dar, wo in geringer Genauigkeit auch noch die angenäherten Formeln (81) und (83) Geltung haben. Die n -Kurven für die beiden Wellen haben in der Umgebung von $x = 0$ eine Faltung erhalten, der in jeder der beiden Wellen (gemäß dem Verlauf der $n\kappa$ -Kurven) ein schwacher Absorptionsstreifen nahe $x = 0$ entspricht. Diese Streifen fallen aber nicht völlig zusammen. Immerhin ist bei $x = 0$ die Absorption beider Wellen die gleiche, die Brechungsindizes sind verschieden.

Die δ -Kurven haben sich von den Geraden $\delta = \pm \frac{1}{2}\pi$ losgelöst und bei $x = 0$ beträchtlich ausgebaucht. Nach (83)

entspricht wegen $Q > 0$ die gezeichnete (ausgezogene) δ -Kurve mit $0 < \delta < \frac{1}{2}\pi$ der $-$ -Welle; diejenige der $+$ -Welle wird durch Spiegelung in der Geraden $\delta = 0$ erhalten. Die χ -Kurven haften, im Gegensatz zu den δ -Kurven, bei $x = 0$ an der Grenzgeraden $\chi = 45^\circ$ und setzen sich dort nach dem oben


$\vartheta = 20^\circ$



Tafel II.

Gesagten spiegelbildlich fort. Da P das Vorzeichen von x hat, so gehört nach (33) der untere Zweig rechts zur $-$, der links zur $+$ -Welle, die oberen umgekehrt.

Die φ -Kurven verstehen sich gleichfalls als Deformationen der bei $\vartheta = 0$ geltenden beiden Geraden $\varphi = 0$ und $\varphi = \frac{1}{2}\pi$. Man hat sich dort bei $x = 0$ eine Brücke von dem linken Zweig oben zum rechten Zweig unten und umgekehrt vorzustellen,

so daß zwei solche Gebilde  ineinander geschoben sind. Durch Abrunden der Ecken entstehen aus ihnen für $\vartheta = 20^\circ$ die in Tafel II wiedergegebenen φ -Kurven, die über den Punkt $x = 0$, $\varphi = 45^\circ$ spiegelbildlich fortzusetzen sind. Die Zugehörigkeit ihrer Zweige zu den beiden Wellen ist die analoge wie bei der χ -Kurve und ebenso zum Ausdruck gebracht.

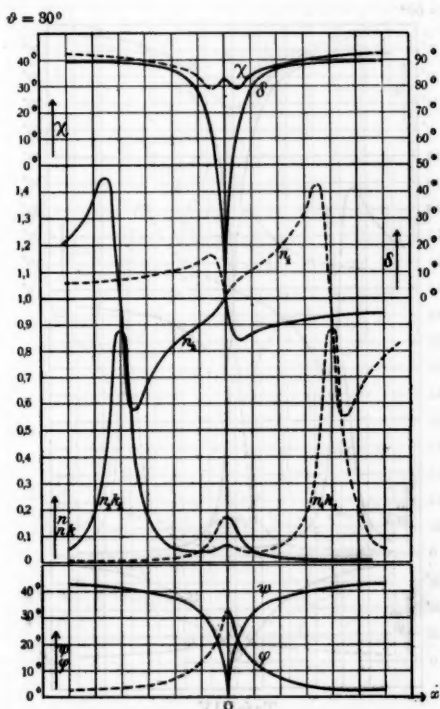
Die ψ -Kurve hat sich etwas von der Grenzgeraden $\psi = 45^\circ$ (die $\vartheta = 0$ entsprach) losgelöst; die Schwingungsform ist bei mittleren Frequenzen (x nahe gleich 0) aus einer kreisförmigen merklich elliptisch geworden. Der kleinste Wert von $\operatorname{tg} \psi$ (für $x = 0$) ist rund gleich 0,58.

Die in Tafel II eingeleitete gegenseitige Annäherung der beiden n -Kurven setzt sich nun mit wachsendem ϑ fort und führt bei dem Grenzwinkel $\vartheta = \bar{\vartheta} = 28^\circ$ ca. zu ihrer Vereinigung bei $x = 0$. Tafel III, die $\vartheta = 30^\circ$ voraussetzt, zeigt den Erfolg dieser Umwandlung. In ihr ist die Charakterisierung der Welle 1 durch gestrichelte, der Welle 2 durch ausgezogene Kurven beibehalten. Aber der natürliche Zug der n -Kurven verbindet den Zweig rechts der Welle 1 mit dem Zweig links der Welle 2, und umgekehrt. In der Tat entsprechen diese Kombinationen den s - und p -Wellen bei $\vartheta = 90^\circ$. Bei der gewählten Darstellung ist $x = 0$ ein Punkt des Verzweigungsschnittes; man gelangt, indem man ihn passiert, in das andere Blatt der Doppelfläche, und folgt so in der Tat dem natürlichen Zug der Kurven. Trotzdem hat n in jedem Blatt zu beiden Seiten des Verzweigungsschnittes denselben Wert.

Die beiden $n\chi$ -Kurven bleiben, ähnlich wie Tafel II für $\vartheta = 20^\circ$ veranschaulicht, bis zu $\vartheta = \bar{\vartheta}$ verbunden, so daß sie für $x = 0$ gleiche Ordinaten haben. Von da ab haften die beiden steileren und die beiden flacheren Zweige zusammen, und während das eine Paar sich hebt, sinkt das andere herab. Der natürliche Zug der $n\chi$ -Kurven geht dem der n -Kurven parallel. Ordnet man ihre Teile den Wellen 1 und 2 in den beiden Blättern zu, so ergeben sich für dasselbe Blatt zu beiden Seiten des Verzweigungsschnittes *verschiedene* Ordinaten $n\chi$, wie dies die Tafel durch die gestrichelte und die ausgezogene Behandlung der Kurvenzweige veranschaulicht.

Die δ -Kurven (oben) haben ihre Spitze bei $x = 0$ mit wachsendem ϑ weiter und weiter vorgeschoben und bei $\vartheta = \bar{\vartheta}$ von beiden Seiten her die Abszissenachse $\delta = 0$ erreicht. Es

ist damit auch für sie die Verbindung des rechten Zweiges oben mit dem linken Zweig unten, sowie umgekehrt, gewonnen, welche dem natürlichen Fluß der n -Kurven entspricht. Von den χ -Kurven lösen sich bei $\vartheta = \bar{\vartheta}$ die Zweige unterhalb 45° von denen oberhalb und drücken damit gleichfalls jenen letzteren Zusammenhang aus.



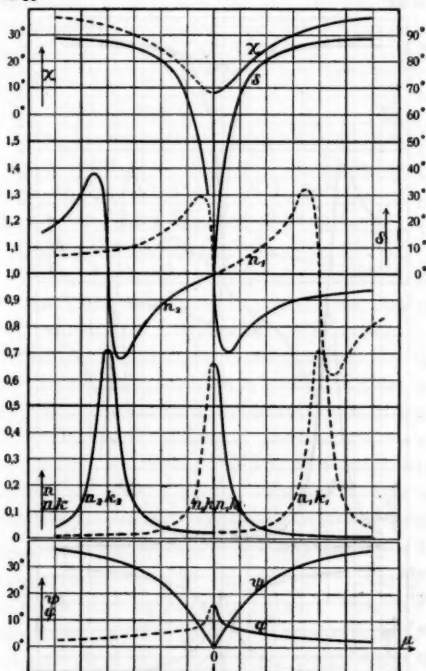
Tafel III.

Analog wie die χ -Kurven verhalten sich bei $\vartheta = \bar{\vartheta}$ auch die φ -Kurven (unten); die ursprünglich bei $\varphi = 45^\circ$ verbundenen Zweige lösen sich voneinander, so daß nun zwei völlig getrennte, in bezug auf $\varphi = 45^\circ$ spiegelbildliche Stücke entstehen, die sich mehr und mehr den Geraden $\varphi = 0$ und $\varphi = 90^\circ$ annähern. Die ψ -Kurve sendet ihren Vorsprung bei

$x = 0$ nach der Achse $\psi = 0$ und erhält dort bei $\vartheta = \bar{\vartheta}$ eine Spitze, die das Einsetzen der lineären Polarisation an Stelle der elliptischen ausdrückt.

Tafeln IV und V zeigen für $\vartheta = 50^\circ$ und 70° das weitere Vorschreiten der bei $\vartheta = \bar{\vartheta}$ begonnenen Umwandlung. Die ursprünglichen Extremordinaten der n -Kurven nahe $x = \pm 4$

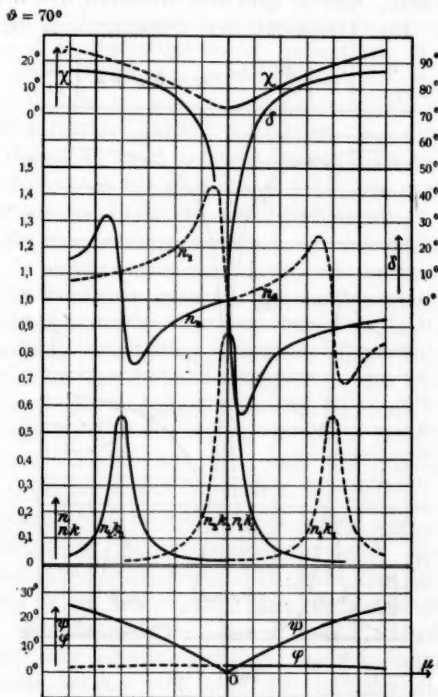
$\vartheta = 50^\circ$



Tafel IV.

in Tafel I nähern sich einander mehr und mehr; die in Tafel II zuerst aufgetauchten neuen nahe $x = 0$ rücken voneinander weg. Analog sinken die ursprünglichen Absorptionsmaxima bei $x = \pm 4$ ein, das neue bei $x = 0$ hebt sich. Die δ -Kurven erleiden nur geringe Veränderungen; aber die χ -Kurven rücken mehr und mehr nach der Abszissenachse $\chi = 0$ bzw. (im Spiegelbild) zur Geraden $\chi = 90^\circ$ hin.

Die φ -Kurven setzen energisch die Bewegung gegen die Grenzgeraden $\varphi = 0$ und $\varphi = 90^\circ$ fort, d. h. die Achsen der Schwingungsellipsen drehen sich mehr und mehr in die Richtungen parallel und normal zur Meridianebene. Die ψ -Kurven behalten ihre Spitze bei $x = 0$ in der Achse $\psi = 0$ und wenden



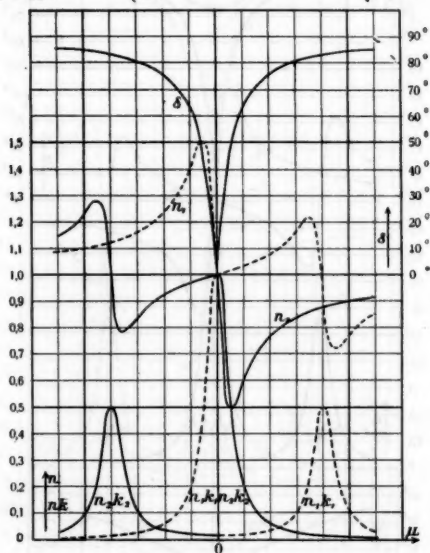
Tafel V.

sich allmählich dieser Achse zu: die Schwingungsellipsen werden schlanker und schlanker. Die letzte Umwandlung geschieht aber für Frequenzen abseits $x = 0$ auffallend langsam, womit das p. 258 Bemerkte zu vergleichen ist.

Tafel VI stellt den Abschluß der Entwicklung, das Verhalten der transversal fortgepflanzten Welle dar. Die Kurven für n und n_k sind die bekannten. Auffallend ist, daß δ auch

in diesem Falle variabel bleibt; da in beiden Wellen lineäre Schwingungen stattfinden, so hätte man für δ die Werte 0 oder $\pm \frac{1}{2}\pi$ erwarten sollen. Aber bei kleinen Abweichungen aus der transversalen Richtung finden, wie Tafel V erkennen läßt, elliptische Schwingungen mit bezüglich ν variabler Verzögerung δ statt, und so gibt der Grenzfall $\delta = 0$ gleichfalls variable δ . Die Linearität der Schwingungen drückt sich

$$\phi = 90^\circ \quad \chi = \begin{cases} 0^\circ \\ 90^\circ \end{cases} \quad \psi = 0^\circ, \quad \varphi = \begin{cases} 0^\circ \\ 90^\circ \end{cases}$$



Tafel VI.

dadurch aus, daß für die p -Schwingungen χ konstant gleich Null, für die s -Schwingungen gleich 90° ist. Damit stimmt überein, daß $\psi = 0$ ist. φ hat für die beiden Wellen p und s die Werte 0 und 90° .

6. Die Gesamtheit der Tafeln I bis VI dürfte den Verlauf der Umwandlung aller für die Erscheinungen maßgebenden Funktionen von dem Falle longitudinaler bis zu demjenigen transversaler Fortpflanzung nicht nur für Triplets von anderer Aufspaltung völlig klarstellen, sondern auch eine wenigstens

qualitative Darstellung der Verhältnisse bei komplizierteren Zerlegungsarten ermöglichen. Das Quadruplett der D_1 -Linie z. B. stellt sich longitudinal ebenso als Duplett dar, wie das vorstehend behandelte Triplet. Es bleibt sonach Tafel I gültig. Bei gegen $\bar{\theta}$ hin zunehmendem θ werden nun, analog wie es Tafel II für das Triplet zeigt, im Bereiche der *beiden* p -Komponenten *Faltungen* in den n -Kurven auftreten, denen schwache Absorptionsstreifen in demselben Bereiche entsprechen. Diese Faltungen werden bei $\theta = \bar{\theta}$ in Form einer Spitze die Gerade $n/p = 1$ erreichen und auf diese Weise die beiden n -Kurven ähnlich verbinden, wie dies Tafel III für das Triplet veranschaulicht. Analog kann man aus dem Verlauf der Kurven für δ , χ , φ , ψ schließen, welche Gestaltungen für sie im Falle des Quadrupletts zu erwarten sind.

Was die Vergleichung der Resultate der Theorie mit der Wirklichkeit angeht, so liegen dazu, wie schon p. 246 bemerkt, einige Beobachtungen der Herren Zeeman und Winawer an den D -Linien des Na-Spektrums vor, die an den *Absorptionsvorgang* anknüpfen; außerdem einige Messungen des Herrn Elias an der Linie $\lambda = 520,62 \mu\mu$ des Cr-Spektrums. Die letzteren Untersuchungen gestatten die unmittelbare Vergleichung mit der Theorie, da die genannte Linie im Magnetfeld zu einem Triplet aufspaltet und der Emissionsvorgang sich nach demjenigen der Absorption beurteilt.

Die bezüglichen Beobachtungen haben sich insbesondere die Aufgabe gestellt, durch Untersuchung der Mittelkomponente des im Magnetfeld entstehenden Triplets den Lorentzschen Grenzwinkel $\bar{\theta}$ zu bestimmen. Herr Elias beschreibt seine Resultate folgendermaßen: „Bei $\theta = 12^\circ$ war die mittlere Komponente sehr schwach sichtbar; die Schwingungsrichtung machte einen Winkel von nahe 30° mit der Horizontalen. Auch bei $\theta = 10^\circ$ war die mittlere Komponente äußerst schwach noch sichtbar; der bezügliche Winkel schien ungefähr 40° zu betragen. Bei Winkeln θ kleiner als 10° konnte die mittlere Komponente wegen zu geringer Intensität nicht wahrgenommen werden. Bei $\theta = 17^\circ$ betrug der bezügliche Winkel noch ungefähr 15° , während bei noch größeren Werten θ er sich merklich gleich Null fand. Der Winkel $\bar{\theta}$ muß daher ungefähr 10° betragen.“

Dieser letzte Schluß erscheint angesichts der in den Taf. III

und IV wiedergebenen Resultate der Theorie einigermaßen unsicher. Einerseits ist bei Winkeln, welche den Grenzwinkel $\bar{\vartheta}$ wenig übertreffen, die Absorption und somit die Emission für die beiden Wellen bei $\mu = 0$ nicht gar zu stark verschieden, und die Beobachtung betrifft somit ein Gemisch zweier verschiedener Polarisationszustände. Andererseits ändert sich auch innerhalb der bei $\mu = 0$ liegenden Absorptions- oder Emissionslinie der Polarisationszustand von der Mitte nach den Seiten hin so rapid, daß der Zustand für $\mu = 0$ selbst nicht wahrnehmbar ist. Als sichergestellt kann man daher wohl nur das qualitative Resultat betrachten, daß die Schwingung der stärkeren, bei $\mu = 0$ liegenden Komponente für $10^\circ < \vartheta < 20^\circ$ schief gegen die Meridianebene liegt, und der Neigungswinkel bei $\vartheta = 20^\circ$ unmerklich klein, bei $\vartheta = 10^\circ$ beträchtlich ist. Gewiß ist diese Konstatierung von Wichtigkeit.

Geeigneter für quantitative Verwertung, als die *mittlere* Komponente, sind (wie auch Herr Försterling betont) die *äußeren*, da sie ja in der einen Welle so intensiv auftreten, daß die Wirkung der anderen unmerklich ist, und da bei ihnen im Gesamtbereich einer Komponente der Polarisationszustand merklich konstant ist. Freilich ist dafür das Beobachtungsobjekt in anderer Hinsicht schwierig. Die Schwingungsform unterscheidet sich jedenfalls in dem von mir durchgerechneten Fall kaum merklich von der durch die elementare Projektionsregel gegebenen, und die Drehung der Ellipsenachsen aus der Meridianebene (die jene Regel nicht liefert) beträgt gleichzeitig nur wenige Grade. Dies letztere Resultat findet übrigens faktisch Herr Elias bei seinen Beobachtungen an den Außenkomponenten seines Triplets.

Um günstigere Verhältnisse zu erhalten, wird man also bei geringerer Aufspaltung der Triplets beobachten müssen, als bei der obigen Berechnung vorausgesetzt ist; doch ist in dieser Richtung eine natürliche Grenze gesetzt durch die Schwierigkeit, die entsteht, wenn die Emissionen der drei Komponenten sehr stark übereinandergreifen.

An und für sich dürften Absorptionsbeobachtungen gegenüber Emissionsbeobachtungen für die hier in Betracht kommenden Fragen vorzuziehen sein. Einmal, weil man bei ihnen mit so dünnen Dämpfen operieren kann, daß man die Komplikationen durch die Absorptionen der emittierten Intensitäten

innerhalb der Lichtquelle ignorieren kann, sodann, weil man bei ihnen durch Anwendung eines elliptischen Analysators¹⁾ auch in den Fällen, daß beide fortgepflanzte Wellen merklich sind, den Polarisationszustand jeder von ihnen getrennt feststellen kann. Dies sind sehr wesentliche Vorteile.

Die Beobachtungen der Herren Zeeman und Winawer bezogen sich auf den Absorptionseffekt an den D -Linien, machten sich aber den letztgenannten Kunstgriff nicht zunutze. Sie bestimmten bei D_2 , das sich in schwachen Feldern einem Triplett ähnlich verhält, für $\theta = 69^\circ$ die Orientierung der Schwingungsebenen für die äußeren (s -) Komponenten und fanden (analog wie später Elias) nur eine sehr geringe Drehung gegen den Meridian; ein ähnliches Resultat ergaben Beobachtungen an den inneren (p -) Komponenten von D_1 bei $\theta = 47^\circ$. Man sieht, daß die Gesamtheit der Erfahrungstatsachen noch einigermaßen dürftig ist, und weitere Beobachtungen über die Erscheinungen bei schiefen Fortpflanzungsrichtungen im engen Anschluß an die Theorie erwünscht sind. Dergleichen werden im hiesigen Institut demnächst erneut in Angriff genommen werden.

Göttingen, im Februar 1915.

1) G. B. Airy, *Cambr. Trans.* 4. p. 202. 313. 1831. F. Stumpf, *Diss.* Göttingen p. 29. 1911.

(Eingegangen 23. März 1915.)

5. Über die Form ultramikroskopischer Silberteilchen; von R. Gans.

§ 1. *Einleitung.* Die Diskussion der Steubingschen Bestimmung¹⁾ der Absorptionskurve rubinroter kolloidaler Goldlösungen ergab²⁾, daß die ultramikroskopischen Goldamikronen mit großer Näherung Kugelform haben müssen.

Um festzustellen, ob dieses Ergebnis allgemeineren Charakter hat oder mehr zufälliger Natur ist, habe ich die Form ultramikroskopischer Silberteilchen bestimmt.

Aus einer theoretischen Voruntersuchung³⁾ ergab sich, daß auch bei kolloidalen Silberlösungen die Absorptionskurve stark von der Teilchenform abhängen muß, so daß umgekehrt aus den optischen Eigenschaften die geometrischen Verhältnisse der Molekülgruppierung festgestellt werden kann.

Jetzt habe ich eine umfassendere Berechnung ausgeführt, und zwar liegen denselben die gleichen Formeln zugrunde wie die, welche ich im § 3 meiner soeben zitierten Annalenarbeit entwickelt habe. In dem folgenden ist dieselbe Bezeichnungsweise beibehalten worden.

Mit den so ermittelten theoretischen Absorptionskurven, die den verschiedensten Formen der Amikronen entsprechen, ist sodann die beobachtete Kurve verglichen worden. Auf diese Weise ergab sich, daß die Silberteilchen genähert Kugelform haben.

§ 2. *Theoretische Berechnung der Absorptionskurve unter der Annahme verschiedener Teilchenform.* Der komplexe Brechungs-exponent m' des Silbers, bezogen auf Wasser, ergibt sich aus

1) W. Steubing, Greifswalder Diss. 1908; Ann. d. Phys. 26. p. 329. 1908.

2) R. Gans, Ann. d. Phys. 37. p. 881. 1912.

3) R. Gans, Phys. Zeitschr. 13. p. 1185. 1912.

folgender Tabelle von Ernst Müller¹⁾, die auf Grund der von Hagen und Rubens²⁾ bestimmten Reflexions- und Absorptionsvermögen des Silbers berechnet worden ist.

In dieser Tabelle bedeutet λ die Wellenlänge in Luft, gemessen in $\mu\mu$.

Tabelle 1.

λ	m'^2	λ	m'^2
350	— 0,645 — i 0,243	550	— 7,968 — i 1,268
375	— 1,411 — i 0,356	600	— 10,43 — i 1,667
400	— 2,194 — i 0,454	650	— 13,34 — i 2,162
420	— 2,863 — i 0,532	700	— 16,19 — i 2,523
450	— 3,888 — i 0,653	750	— 19,45 — i 2,927
500	— 5,801 — i 0,918	800	— 23,09 — i 3,285
525	— 6,821 — i 1,037		

Für zwölf Lösungen mit Teilchen verschiedener Form sind die Absorptionskurven berechnet worden, und zwar ist angenommen, daß die Lösungen Nr. 1—6 verlängerte, die Lösungen Nr. 7—12 abgeplattete Rotationsellipsoide aus Silber, in Wasser suspendiert, enthalten. Die Achsenverhältnisse B/A der Meridianellipsen sind in der folgenden Tabelle angegeben.

Tabelle 2.

Verlängerte Rotationsellipsoide.		Abgeplattete Rotationsellipsoide.	
Nr.	B/A	Nr.	B/A
1	1,00 (Kugel)	7	1,00 (Kugel)
2	0,77	8	0,62
3	0,57	9	0,38
4	0,40	10	0,22
5	0,23	11	0,10
6	0,00 (Stäbchen)	12	0,00 (Scheibe)

Diese Meridianellipsen sind der unmittelbaren Anschaulichkeit halber in Fig. 1 zwar nicht genau in der Form, aber im

1) E. Müller, Ann. d. Phys. 35. p. 500. 1911.

2) E. Hagen u. H. Rubens, Ann. d. Phys. 8. p. 1 u. 432. 1902.

richtigen Achsenverhältnis unter Markierung der Figurenachse gezeichnet.

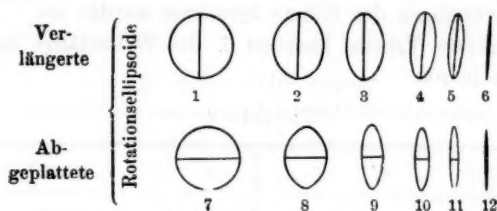


Fig. 1.

Die folgenden beiden Tabellen enthalten die Werte der Absorptionen K für die in der ersten Kolumne angegebenen Wellenlängen (in Luft), und zwar bedeuten die Zahlen den Lichtverlust auf dem Wege 1 mm durch eine Lösung von der Volumkonzentration 10^{-6} (d. h. 1 mm³ Silber in 1 l Wasser), und zwar in Promille.

Tabelle 3.

λ	Verlängerte Rotationsellipsoide. Die Größe K .					
	Nr. 1	2	3	4	5	6
350	27,94	29,84	35,35	45,09	61,15	86,68
375	152,3	194,9	258,2	217,6	127,6	75,01
400	353,7	199,1	80,96	43,87	27,48	18,83
420	93,54	202,9	77,24	28,86	16,53	11,15
450	27,53	45,13	240,1	37,70	13,61	7,784
500	9,076	11,51	34,75	219,8	19,07	6,860
525	6,407	7,763	18,30	255,9	26,36	7,116
550	4,677	5,509	11,14	97,86	39,49	7,475
600	2,837	3,236	5,571	24,90	113,2	8,437
650	1,879	2,107	3,326	10,80	409,3	9,754
700	1,305	1,448	2,185	6,105	202,9	10,39
750	0,9376	1,033	1,510	3,812	64,19	11,12
800	0,6776	0,743	1,061	2,499	27,74	11,61
Maxima der Ab- sorption	$\lambda = 393,8$	$\lambda = 385,1$	$\lambda = 377,8$	$\lambda = 371,6$	$\lambda = 366,3$	$\lambda = 361,6$
	$K = 448,5$	$K = 300,4$	$K = 265,1$	$K = 242,0$	$K = 226,1$	$K = 213,7$
		$\lambda = 416,6$	$\lambda = 452,9$	$\lambda = 517,0$	$\lambda = 661,6$	
		$K = 229,7$	$K = 239,7$	$K = 296,6$	$K = 422,3$	

In Fig. 2 sind die so berechneten Absorptionskurven graphisch dargestellt.

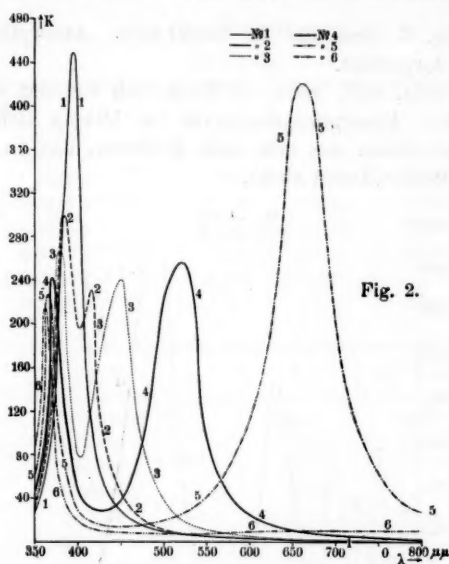


Fig. 2.

Tabelle 4.

λ	Abgeplattete Rotationsellipsoide. Die Größe K .					
	Nr. 7	8	9	10	11	12
350	27,94	41,62	100,3	32,78	13,64	8,051
375	152,3	101,1	30,47	15,58	9,664	6,608
400	353,7	185,4	49,49	20,82	11,26	7,019
420	93,54	343,4	114,9	30,67	13,52	7,540
450	27,53	68,83	464,6	63,75	18,23	8,402
500	9,076	15,31	63,38	434,7	34,17	10,43
525	6,407	9,966	32,09	507,7	49,71	11,71
550	4,677	6,905	18,91	192,9	76,66	12,99
600	2,837	3,932	9,012	48,02	224,9	15,59
650	1,879	2,512	5,206	20,38	817,5	18,61
700	1,305	1,709	3,353	11,34	405,1	20,14
750	0,9976	1,209	2,282	6,992	127,8	21,77
800	0,6776	0,8636	1,586	4,586	55,09	22,88
Maxima der Ab- sorption	$\lambda = 393,8$ $K = 448,5$	$\lambda = 416,6$ $K = 371,5$	$\lambda = 452,9$ $K = 464,4$	$\lambda = 517,2$ $K = 589,1$	$\lambda = 661,6$ $K = 844,7$	
		$\lambda = 366,3$ $K = 141,2$	$\lambda = 350,7$ $K = 99,94$			

In Fig. 3 sind die so berechneten Absorptionskurven graphisch dargestellt.

Man sieht, daß, wenn die Form sich von der der Kugel entfernt, das Absorptionsmaximum bei $394 \mu\mu$ sich in zwei spaltet, von denen das eine nach größeren, das andere nach kleineren Wellenlängen rückt.

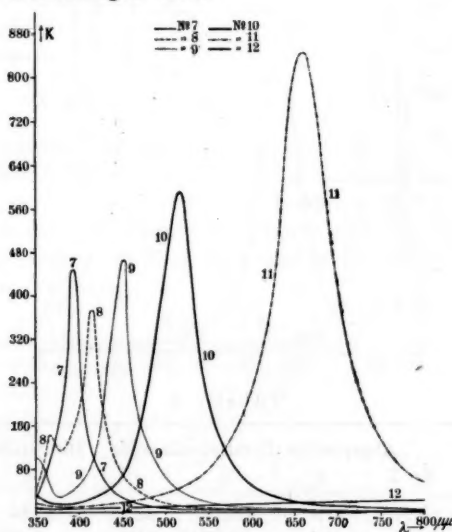


Fig. 3.

§ 3. *Die Abhängigkeit der Absorption kugelförmiger Silber-
teilchen vom Kugeldurchmesser.* In diesen Paragraphen sollen
kurz die Resultate einiger Rechnungen über die Absorption
kugelförmiger Silberteilchen von etwas größeren Radien mit-
geteilt werden, da es für die Beurteilung der Messungen von
Wichtigkeit ist, zu sehen, in welcher Weise sich die Absorp-
tion nicht nur mit der Form, sondern auch mit der Größe
der Teilchen verändert.

Hierbei wurden die Formeln von Mie¹⁾ und einige nume-
rische Daten von Ernst Müller²⁾ benutzt, deren Bezeich-
nungsweise einfach übernommen wurde.

1) G. Mie, Ann. d. Phys. 25. p. 377. 1908.

2) E. Müller, Ann. d. Phys. 35. p. 500. 1911.

Tabelle 5.

 $\lambda = 420 \mu\mu$.

α^2	$u_2^1)$	v_2	$\frac{3}{2} w_2$
0,2	$0,9774 e^{-i 0,030}$	$1,042 + i 0,0050$	$1,605 + i 0,0064$
0,4	$0,9576 e^{-i 0,26}$	$1,074 + i 0,0099$	$1,704 + i 0,0037$
0,6	$0,9419 e^{-i 0,47}$	$1,113 + i 0,0150$	$1,828 - i 0,0013$
0,8	$0,9255 e^{-i 1,15}$	$1,150 + i 0,0198$	$1,956 - i 0,0274$
1,0	$0,9109 e^{-i 1,70}$	$1,190 + i 0,0245$	$2,100 - i 0,0550$
1,5	$0,8738 e^{-i 4,61}$	$1,287 + i 0,0363$	$2,478 - i 0,234$
2,0	$0,8268 e^{-i 9,0}$	$1,388 + i 0,0465$	$2,837 - i 0,573$

p_1	K	2ϱ in $\mu\mu$
$0,02396 e^{i 7,50}$	275,8	44,56
$0,04158 e^{i 7,4}$	209,6	63,01
$0,05882 e^{i 7,2}$	127,1	77,16
$0,06845 e^{i 7,7}$	89,15	89,11
$0,07506 e^{i 8,4}$	70,47	99,63
$0,09082 e^{i 10,9}$	51,37	122,0
$0,09616 e^{i 14,7}$	41,31	140,9

 $\lambda = 525 \mu\mu$.

α^2	r_2	$\frac{3}{2} w_2$	p_1
0,2	$1,074 + i 0,009988$	$1,655 + i 0,01390$	$0,04211 e^{i 7,550}$
0,4	$1,147 + i 0,01949$	$1,819 + i 0,01819$	$0,07425 e^{i 6,8}$
0,6	$1,219 + i 0,02852$	$2,002 + i 0,01862$	$0,09504 e^{i 6,9}$
0,8	$1,290 + i 0,03703$	$2,195 - i 0,006145$	$0,09895 e^{i 8,1}$
1,0	$1,362 + i 0,0440$	$2,404 - i 0,03558$	$0,1057 e^{i 9,0}$
1,5	$1,534 + i 0,0626$	$2,957 - i 0,2410$	$0,1286 e^{i 12,5}$

K	2ϱ in $\mu\mu$
21,01	55,95
53,23	79,12
76,83	96,92
71,66	111,9
61,15	125,1
39,95	153,2

1) u_2 ist von λ unabhängig.

$\lambda = 650 \mu\mu.$

α^2	v_2	$\frac{3}{2} w_2$	p_1
0,2	$1,133 + i 0,01926$	$1,746 + i 0,02794$	$0,07466 e^{i 6,68^\circ}$
0,4	$1,260 + i 0,03591$	$2,000 + i 0,0430$	$0,1119 e^{i 6,51}$
0,6	$1,380 + i 0,05078$	$2,269 + i 0,05128$	$0,1360 e^{i 7,0}$
0,8	$1,495 + i 0,06160$	$2,545 + i 0,02494$	$0,1489 e^{i 8,31}$
1,0	$1,606 + i 0,07386$	$2,837 - i 0,003405$	$0,1563 e^{i 9,5}$

K	2ϱ in $\mu\mu$
7,996	69,47
21,16	98,24
35,30	120,3
41,68	138,9
39,71	155,3

 $\lambda = 750 \mu\mu.$

α^2	v_2	$\frac{3}{2} w_2$	p_1
0,2	$1,187 + i 0,02527$	$1,828 + i 0,08728$	$0,0936 e^{i 6,25^\circ}$
0,4	$1,357 + i 0,04482$	$2,155 + i 0,05603$	$0,1222 e^{i 6,72}$
0,6	$1,516 + i 0,06113$	$2,492 + i 0,06528$	$0,1627 e^{i 6,55}$
0,8	$1,659 + i 0,07422$	$2,823 + i 0,03756$	$0,1728 e^{i 7,86}$

K	2ϱ in $\mu\mu$
5,180	80,30
13,44	113,6
24,59	139,1
30,38	160,6

So erhält man durch graphische Interpolation:

Tabelle 6.

Durchmesser 2ϱ	Größe von K .			
	$\lambda = 420$	525	650	750
0 $\mu\mu$	93,54	6,407	1,879	0,9376
20	240	7,8	2,2	1,2
40	285	13,0	3,5	1,5
60	225	24,2	6,0	2,8
80	115	54,5	11,1	5,1
100	71	77,0	22,4	9,5
120	53	65,2	35,0	16,0
140	42	49,3	41,5	25,0

Die Zahlen dieser Tabelle beanspruchen nur den Wert grober Näherungen, sonst müßten noch viele Zwischenwerte berechnet werden; doch ersieht man schon so, daß das Absorptionsmaximum mit wachsendem Radius sich vom Ultravioletten nach größeren Wellenlängen hin bewegt.

§ 4. *Die Absorptionsmessungen im Sichtbaren.* Als geeignetes Beobachtungsmaterial wählte ich Argentum colloidal (Kollargol), welches nach der deutschen Pharmakopoe¹⁾ 97 Proz. metallisches Silber enthält, und das sich leicht in Wasser löst.

Von dieser Lösung wurde die Absorption mittels eines König-Martensschen Spektralphotometers der Firma Schmidt und Haensch für vier Heliumlinien im Roten, Gelben, Grünen und Violetten gemessen, nachdem ich mich durch spezielle Messungen vorher davon überzeugt hatte, daß das Beersche Gesetz, d. h. die Proportionalität zwischen Absorption und Konzentration, gültig ist, indem ich die Lösung in bekanntem Verhältnis verdünnte.

Der Versuch, die Absorption direkt in ihrer Abhängigkeit von der aufgelösten Silbermenge zu messen, indem ich diese mit der Nernstschen Wage bestimmte, gab ganz unregelmäßige Resultate, sicherlich wegen der sehr kleinen Massen, mit denen operiert wurde. Gelegentlich werde ich auf diesen Punkt näher eingehen.

Ich erhielt die folgenden Resultate für die Absorptionskonstante κ , die durch die Formel

$$J = J_0 e^{-\kappa l}$$

definiert ist (J austretende, J_0 einfallende Intensität, l Schichtlänge).

Tabelle 7.

Nr. 18. Ursprüngliche Lösung. $l = 2$ cm.

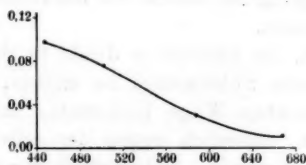
λ	κ	κ reduz.
6678 A.E.	0,1234	0,01081
5876	0,3362	0,02947
5016	0,8628	0,07561
4471	0,9716	0,09716

1) Deutsches Arzneibuch V.

Die Lösung ist rot und zeigt ein kräftiges Tyndallphänomen.

Da sich im einen Strahlengang des Photometers das Rohr mit der Lösung, im anderen ein Rohr der gleichen Länge mit Wasser befand, und diese beiden Rohre dann vertauscht wurden, so wurde damit die Absorption des Wassers und Reflektion an den Grenzflächen Luft-Glas und Glas-Flüssigkeit völlig eliminiert, da der Brechungsexponent der Lösung von dem des Wassers sich so gut wie nicht unterscheidet.

Die Werte $\kappa_{\text{reduz.}}$ bedeuten hier, wie in den folgenden Tabellen, Werte, die aus κ durch Multiplikation mit einem bestimmten Faktor hervorgehen. Dieser Faktor ist so gewählt, daß $\kappa_{\text{reduz.}}$ für die Wellenlänge $\lambda = 5016 \text{ A.E.}$ für alle beobachteten Lösungen den gleichen Betrag erhält, weil der Vergleich auf diese Weise sich leichter bewerkstelligt.



Nr. 18. Ursprüngliche Lösung.

Fig. 4.

Die durch Tab. 7 und Fig. 4 dargestellte Absorptionskurve der ursprünglichen Lösung weicht merklich von der theoretischen für sehr kleine kugelförmige Teilchen gültigen Kurve ab, insofern als die Lösung eine zu starke Absorption im Roten und eine zu schwache im Violetten zeigt.

Da der Verdacht nahe liegt, daß die Ursache dieser Differenz darin zu suchen sein könnte, daß sich in der Lösung größere Teilchen befinden oder Teilchen, die sich nach Art von Perlenketten aneinandergereiht haben, so zentrifugierte ich die Lösung Nr. 18 6 Stunden lang.¹⁾

Schon mit bloßem Auge konstatiert man leicht, daß die zentrifugierte orangefarbige Lösung Nr. 12 sich merklich von

1) Das hat mit Erfolg bei Goldlösungen bereits Fr. Robitschek getan; siehe A. Lampa, Wien. Ber. 119. II A. Nov. 1910.

der ursprünglichen roten Lösung Nr. 18 sowie von dem Sediment unterscheidet, das sich in Wasser zu einer blau-roten Lösung Nr. 13 auflöst.

Die Absorptionsmessungen gaben die folgenden quantitativen Resultate.

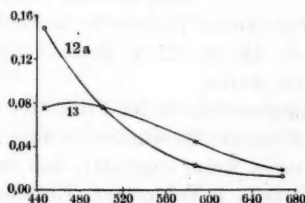
Tabelle 8.

Nr. 12 a. Zentrifugierte Lösung, aufs 8 fache verdünnt. $l = 12$ cm.

λ	$x = x_{\text{reduz.}}$
6678	0,01235
5876	0,02247
5016	0,07561
4471	0,1480

Nr. 13. Sediment, in Wasser gelöst. Fig. 5.

λ	x	$x_{\text{reduz.}}$
6678	0,1462	0,01797
5876	0,3584	0,04404
5016	0,6154	0,07561
4471	0,6132	0,07584



Nr. 12a Zentrifugierte Lösung.
Nr. 13 Sediment.

Fig. 5.

Der Versuch, sich der theoretischen Kurve für kugelförmige Amikronen durch erneutes Zentrifugieren der Lösung Nr. 12 weiter zu nähern, mißglückte, wie man aus folgender Tabelle sieht.

Tabelle 9.

Nr. 14. Zum zweiten Mal zentrifugierte Lösung Nr. 12.

λ	x	$x_{\text{reduz.}}$
6678	0,01301	0,01452
5876	0,02548	0,02844
5016	0,06773	0,07561
4471	0,1283	0,1432

Die Absorption im Ultravioletten hat ein wenig abgenommen, anstatt, wie ich vermutet hatte, zu wachsen.

Deshalb schien es notwendig, zu einer anderen Methode überzugehen, um Lösungen mit äußerst kleinen Teilchen zu erhalten, zur Ultrafiltration. Hierbei schloß ich mich an das Verfahren von Bechhold¹⁾ an, das in einigen Einzelheiten geändert wurde.

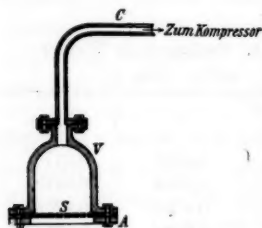


Fig. 6.

An das Rohr C (Fig. 6), das mit einem Hochdruckkompressor unter Zwischenschaltung eines Reduktionsventils verbunden war, wurde das innen gut vernickelte Bronzegefäß V angeschraubt. Den Boden dieses Gefäßes bildete ein auf Filterpapier gelegtes Kollodiumfilter, unter welchem sich das Sieb S befand, das aus einer kreisrunden, mit feinen Löchern versehenen Nickelscheibe bestand, die mittels Bronzeringes A an das Gefäß V gepreßt und durch Flügelschrauben gehalten wurde.

Des Herstellungsverfahrens der Ultrafilter war das folgende:

12,5 g Schießbaumwolle wurden in absolutem Alkohol getränkt und dann soviel Äther zugesetzt, daß das Ganze 500 cm³ betrug. Darauf wurde 1 Volumproz. Eisessig hinzugefügt.

Diese Flüssigkeit wurde auf eine Glasplatte gegossen, so daß sich durch Verdampfen des Äthers eine Eisessig-Kollodiumhaut bildete.

Die Silberlösung, die unter 2—3 Atmosphären Druck durch dieses Ultrafilter gepreßt wurde, war rein gelb, das seitlich ausgestrahlte Licht (Tyndall-Phänomen) war blau, mit Spuren von Grün vermischt.

Tabelle 10.

Nr. 15. Ultrafiltrierte und verdünnte Lösung. $l = 12$ cm.

λ	κ	$\kappa_{\text{reduz.}}$
6678	0,006867	0,01241
5876	0,006561	0,01186
5016	0,04183	0,07561
4471	0,1076	0,1946

1) H. Bechhold, Zeitschr. f. phys. Chem. 60. p. 257. 1907.

Tabelle 10 (Fortsetzung).

Nr. 16. Ultrafiltrierte und verdünnte Lösung. $l = 12$ cm.

λ	x	$x_{\text{reduz.}}$
6678	0,004619	0,009612
5876	0,008716	0,01813
5016	0,03634	0,07561
4471	0,1135	0,2361

Nr. 19. Ultrafiltrierte und verdünnte Lösung. $l = 5$ cm.

λ	x	$x_{\text{reduz.}}$
6678	0,003758	0,005017
5876	0,003274	0,004371
5016	0,03663	0,07561
4471	0 1667	0,2226

Die Absorptionsmessungen, an drei verschiedenen auf diese Weise hergestellten Proben ergaben die Resultate der Tab. 10, Nr. 15, 16 u. 19.

Fig. 7 zeigt, wie die ursprüngliche Lösung sich durch die verschiedenen Behandlungsweisen geändert hat, und daß

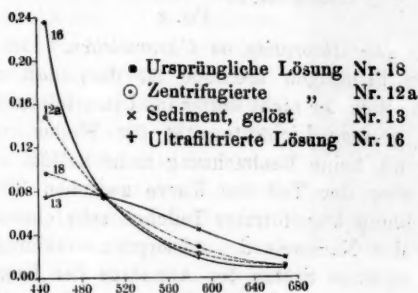
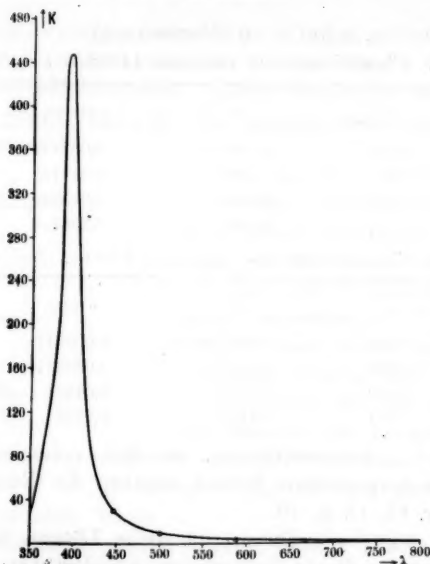


Fig. 7.

die Ultrafiltration bedeutend wirksamer als das Zentrifugieren war.

Zeichnet man die beobachteten Punkte der besten Lösung Nr. 16 in das Diagramm ein, welches die theoretische Absorptionskurve für kugelförmige Amikronen darstellt, indem man den Maßstab passend verändert, so erhält man eine befriedigende Übereinstimmung (Fig. 8).



© Lösung Nr. 16

Fig. 8.

§ 5. *Die Absorption im Ultravioletten.* Der einzige Übelstand der bisherigen Methode ist der, daß man mit dem Spektralphotometer nicht weiter ins Ultraviolette kommen kann, weil die geringe Lichtintensität für Wellen, die kürzer als $445 \mu\mu$ sind, keine Beobachtung mehr zuläßt.

Da aber der Teil der Kurve zwischen 350 und $450 \mu\mu$ für sehr kleine kugelförmige Teilchen sehr charakteristisch ist, hielt ich den Nachweis des Absorptionsmaximums bei $394 \mu\mu$ für eine wichtige Stütze der Annahme der Kugelform.

Deshalb habe ich die Existenz und die Lage des Absorptionsmaximums im Ultravioletten mittels einer photographischen Methode festgestellt.

Als Lichtquelle diente der kondensierte Funke einer Flaschenentladung; die Leydener Flaschen waren an die Sekundärpole eines Induktors geschaltet, in dessen Primärkreis ein Turbinenunterbrecher lag. Die eine Elektrode bestand aus Eisen, die andere aus Kadmium, so daß der Funken reich an ultraviolettem Licht war.

Dieser wurde mittels eines Quarzkondensors auf den Spalt eines Zeiss'schen Quarz-Flußspatspektroskops abgebildet. Zwischen die beiden Linsen des Kondensors konnte man eine Quarzküvette von 2 cm Länge mit der Silberlösung legen.



L Lichtquelle; *C*₁ und *C*₂ Linsen des Kondensors *V* Küvette; *R* und *O*₁ Spalt und Objektiv des Kollimators; *P*₁ und *P*₂ Quarzprismen; *O*₂ Objektiv des Fernrohrs; *P* photographische Platte.

Fig. 9.

Die Versuchsanordnung und der Strahlengang gehen aus Fig. 9 hervor und bedürfen keiner weiteren Erklärung.

Auf derselben photographischen Platte wurden 12 Spektrogramme unter einander aufgenommen (siehe Fig. 10).

Das Spektrogramm Nr. 1 ist das einer Heliumröhre, um die Linien leichter identifizieren zu können. Die Spektren Nr. 2, 4, 6, 8, 10, 12 sind mit dem Eisen-Kadmiumfunken erzeugt bei konstanter Expositionsdauer von 6 Sekunden, während sich in der Küvette Wasser befand. Bei der Exposition der Spektren Nr. 3, 5, 7, 9, 11 war in der Küvette die ultrafiltrierte Lösung Nr. 16, die im Vakuum bei Zimmertemperatur eingeeengt war, um eine größere Konzentration der Silberteilchen zu erzielen.

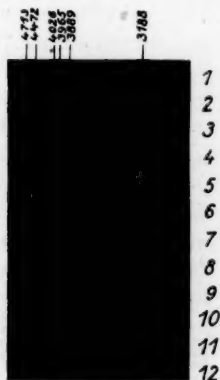


Fig. 10.

Die folgende Tab. 11 gibt alle Details betreffs der Spektrogramme an.

Man sieht ohne weiteres aus der Reproduktion, daß die Lösung ein Absorptionsgebiet besitzt, und indem man die Linien suchte, die zu beiden Seiten des Absorptionsmaximums die gleiche Schwärzung wie das Nachbarspektrogramm aufweisen, konnte man die Lage dieses Absorptionsmaximums ungefähr bei 412 $\mu\mu$ feststellen.

Tabelle 11.

Spektrum Nr.	Die Kuvette enthält	Expositions- dauer in Sek.	Lichtquelle
1	nichts	—	He
2	Wasser	6	Fe und Cd
3	Lösung	24	"
4	Wasser	6	"
5	Lösung	20	"
6	Wasser	6	"
7	Lösung	15	"
8	Wasser	6	"
9	Lösung	10	"
10	Wasser	6	"
11	Lösung	8	"
12	Wasser	6	"

Diese Bestimmung wurde natürlich am Negativ ausgeführt, auf dem alle Einzelheiten weit besser sichtbar waren.

Obwohl das so beobachtete Maximum ($\lambda = 412 \mu\mu$) nicht genau mit dem theoretisch berechneten ($\lambda = 394 \mu\mu$) zusammenfällt, kann man doch schließen, daß *sehr kleine kolloidale Silber-
teilchen wenigstens genähert Kugelform haben.*

Die kleine Abweichung in der Lage des Absorptionsmaximums erklärt sich nämlich ungezwungen aus der Gegenwart einiger weniger Teilchen von größerem Durchmesser, denn mit wachsendem Kugelradius verschiebt sich sofort, wie Tab. 6 zeigt, das Absorptionsmaximum mehr nach der Seite größerer Wellenlängen.

Zusammenfassung: Die Bestimmung der Absorptionskurve kolloidaler Silberlösungen ist ebenso wie bei Goldlösungen ein sehr empfindliches Mittel, um die Teilchenform festzustellen. Es ergibt sich, wie früher bei Gold, daß die Silberamikronen mit großer Näherung Kugelform haben. Die Vermutung Siedentopfs und Zsigmondys, die Partikeln hätten die Gestalt von Scheiben oder Blättchen, ist keineswegs zutreffend.

La Plata, Instituto de Física, 1. Januar 1915.

(Eingegangen 5. Februar 1915).

t
r
e
n
s